

# Inhalt

Vorwort .....	V
<b>1. Abgrenzung des Stoffgebietes und Hinweise zur Darstellung .....</b>	<b>1</b>
1.1. Einleitung .....	1
1.2. Die Darstellungsmethode .....	4
1.3. Zur Wahl der Koordinatensysteme .....	4
1.4. Zur Vorzeichenfestlegung richtungsabhängiger Größen .....	6
1.5. Bemerkungen zu den verwendeten Formelzeichen, Maßeinheiten und Bezeichnungen .....	6
1.6. Einige häufig benutzte Produkte von Größen .....	10
<b>2. Die Grundgleichungen zur Berechnung von Impuls-, Wärme- und Stofftransport .....</b>	<b>11</b>
2.1. Erfahrungsgesetze über die Auswirkungen der Molekülbewegung auf Impuls-, Wärme- und Stofftransport .....	11
2.2. Erhaltungsgesetze .....	14
2.2.1. Herleitung der Kontinuitätsgleichung .....	15
2.2.2. Herleitung der Energiegleichung .....	16
2.2.3. Gemeinsame Betrachtung der Erhaltungsgesetze .....	20
2.3. Einige mögliche Vereinfachungen der Grundgleichungen am Beispiel der Energiegleichung .....	21
2.4. Besonderheiten beim Stoffübergang .....	23
2.4.1. Über die Stoffstromdichte .....	23
2.4.2. Über die Wärmestromdichte .....	25
2.5. Vereinfachung der Impulstransportgleichungen durch Einführen des reduzierten Drucks .....	26
2.5.1. Umformung der Bewegungsgleichungen zu den Grundgleichungen für den Impulstransport bei freier Konvektion infolge von Dichteunterschieden .....	27
2.5.2. Die Grundgleichungen der erzwungenen Strömung nach Einführen des reduzierten Drucks .....	28
2.6. Randbedingungen .....	29
2.7. Definition von Übergangskoeffizienten .....	30
2.8. Die Mittelwerte der Temperatur und der Partialdichte über dem Querschnitt eines Rohres .....	32
2.9. Einige Ergänzungen zu den Grundgleichungen .....	34
2.9.1. Über die Kopplung der einzelnen Gleichungen .....	34
2.9.2. Zur Vollständigkeit der angegebenen Gleichungen .....	35
2.9.3. Zur Gültigkeit der Gleichungen in turbulenten Strömungen .....	35

<b>3. Die Gleichungen in dimensionsloser Schreibweise</b> .....	37
3.1. Vergleichsgrößen und dimensionslose Variable bei erzwungener Strömung	37
3.2. Einsetzen der dimensionslosen Variablen in die Energiegleichung für erzwungene Umströmung .....	38
3.3. Die Übergangskoeffizienten in dimensionsloser Schreibweise .....	40
3.4. Die dimensionslos geschriebenen Kopplungsgleichungen .....	42
3.5. Besonderheiten bei der freien Konvektion .....	42
<b>4. Folgerungen aus den dimensionslos geschriebenen Grundgleichungen, Randbedingungen und Kopplungsgleichungen</b> .....	44
4.1. Die prinzipiellen Lösungsfunktionen und die Potenzansätze zu ihrer näherungsweisen Darstellung .....	44
4.2. Formale Analogien .....	45
4.2.1. Die Analogie zwischen Wärme- und Stofftransport .....	45
4.2.2. Die Analogie zwischen Impulstransport und Wärme- bzw. Stofftransport	48
<b>5. Physikalische Ähnlichkeit – die Modellgesetze</b> .....	51
5.1. Der Ähnlichkeitsbegriff .....	51
5.2. Die Bedingungen für physikalische Ähnlichkeit .....	52
5.2.1. Ähnlichkeitsbedingungen für die erzwungene Strömung .....	53
5.2.2. Ähnlichkeitsbedingungen für den Wärmeübergang bei der erzwungenen Strömung .....	54
5.2.3. Ähnlichkeitsbedingungen für die Strömung und den Wärmeübergang bei freier Strömung infolge von Dichteunterschieden .....	54
5.3. Über die geometrische Ähnlichkeit .....	56
5.3.1. Vollständige geometrische Ähnlichkeit .....	56
5.3.2. Ähnlichkeit in Teilen .....	57
5.3.3. Ähnlichkeit von mittleren Werten – der hydraulische Durchmesser .....	58
5.4. Nähere Einzelheiten zu einigen Stoffwerten und Kennzahlen .....	61
5.4.1. Die Temperaturleitfähigkeit .....	61
5.4.2. Die kinematische Zähigkeit .....	62
5.4.3. Die <i>Prandtl-Zahl</i> .....	63
5.4.4. Die <i>Reynolds-Zahl</i> .....	65
<b>6. Wärme- und Stoffübergang in erzwungenen Strömungen mit laminaren Grenzschichten</b> .....	67
6.1. Vereinfachung der Transportgleichungen in der Außenströmung .....	67
6.2. Vereinfachung der Transportgleichungen in den Grenzschichten – die Grenzschichtgleichungen .....	68
6.3. Die Grenzschichten an der längs angeströmten ebenen Wand .....	71
6.3.1. Die Strömungsgrenzschicht an der längs angeströmten ebenen Wand – <i>Blasius</i> 1908 .....	72
6.3.2. Der Wärmeübergang an der längs angeströmten ebenen Wand konstanter Temperatur – <i>E. Pohlhausen</i> 1921 .....	75

6.4.	Die senkrecht zur begrenzenden Wand integrierten Grenzschichtgleichungen – die örtlichen Bilanzgleichungen .....	77
6.5.	Näherungsweise Berechnung von Stromdichten in Strömungen mit Grenzschichten mittels der örtlichen Bilanzgleichungen .....	80
6.5.1.	Herleitungsbeispiel 6 – 1: Herleitung von Berechnungsbeziehungen für Stromdichten mit Hilfe der örtlichen Bilanzgleichungen – die längs angeströmte ebene Wand mit veränderlicher Temperatur .....	81
6.5.2.	Einige Bemerkungen zu dem Näherungsverfahren .....	87
6.6.	Herleitungsbeispiel 6 – 2: Berechnung von örtlicher Wärmestromdichte und örtlicher <i>Nusselt</i> -Zahl für die längs angeströmte ebene Wand mit sprungartiger Änderung der Temperatur .....	89
6.7.	Wärmeübergang an der längs angeströmten ebenen Wand bei beliebiger Temperaturverteilung .....	92
6.8.	Wärmeübergang bei laminarer Strömung längs gewölbter Flächen .....	94
6.9.	Wärmeübergang beim längs angeströmten Zylinder .....	96
6.10.	Berücksichtigung der Richtung des Wärmestroms .....	96
<b>7.</b>	<b>Wärmeübergang bei der erzwungenen laminaren Strömung durch Rohre..</b>	<b>98</b>
7.1.	Über die Strömung .....	98
7.2.	Reale und ideale Randbedingungen für das Temperaturfeld .....	100
7.3.	Der Wärmeübergang bei der laminaren Strömung durch Rohre mit konstanter Wandtemperatur .....	101
7.3.1.	Der thermische Einlauf bei hydrodynamisch ausgebildeter Rohrströmung – <i>Graetz</i> 1883, <i>Nusselt</i> 1910 .....	101
7.3.2.	Gleichzeitiger hydrodynamischer und thermischer Einlauf – <i>Stephan</i> 1959 .....	103
7.3.3.	Der Verlauf der mittleren Fluidtemperatur längs eines Rohres mit konstanter Wandtemperatur und der insgesamt übertragene Wärmestrom .....	105
7.3.4.	Die „Anzahl der Übertragungseinheiten beim Wärmeübergang zwischen Rohrwand und strömendem Fluid“ .....	107
7.4.	Der Wärmeübergang mit konstanter Wärmestromdichte bei der laminaren Strömung durch Rohre .....	112
7.5.	Der Wärmeübergang für Rohre mit nicht kreisförmigem Querschnitt ..	113
7.5.1.	Vorteile und Grenzen für die Benutzung des hydraulischen Durchmessers bei laminaren Strömungen .....	113
7.5.2.	Konstante Wandtemperatur – hydrodynamisch ausgebildete Strömung ..	113
7.5.3.	Konstante Wärmestromdichte – hydrodynamisch und thermisch ausgebildete Strömung .....	115
7.5.4.	Herleitungsbeispiel 7 – 1: Herleitung und Berechnungsbeziehungen für das Temperaturprofil und die <i>Nusselt</i> -Zahl bei der ausgebildeten laminaren Strömung in einem ebenen Kanal .....	117

<b>8. Grundlagen zur Berechnung der Transportvorgänge in turbulenten Strömungen</b> .....	120
8.1. Aussagen über turbulente Transportvorgänge .....	120
8.1.1. Das Erscheinungsbild der Turbulenz .....	120
8.1.2. Existenzbedingung der Turbulenz .....	121
8.1.3. Auswirkungen der Turbulenz .....	122
8.2. Formelmäßige Erfassung des Transports infolge der turbulenten Querbewegung .....	123
8.3. Die Schubspannungsgeschwindigkeit .....	124
8.4. Verlauf der turbulenten Transportkoeffizienten im Querschnitt eines Kreisrohres .....	125
8.5. Die Stromdichten über eine Wand bei turbulenten Strömungen .....	127
8.6. Modelle zur Berechnung turbulenter Transportvorgänge .....	127
8.7. Zeitlicher Mittelwert und turbulente Schwankung .....	130
8.8. Zusammenhang zwischen den Schwankungsgrößen und den turbulenten Transportkoeffizienten .....	133
8.9. Das universelle Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen in der Nähe von Wänden .....	134
8.10. Ähnlichkeit turbulenter Transportvorgänge – Kenngrößen der Turbulenz .....	136
<b>9. Der Wärmeübergang bei der erzwungenen turbulenten Strömung durch Rohre</b> .....	138
9.1. Über die Strömung .....	138
9.1.1. Kennzeichnung des Strömungscharakters durch die <i>Reynolds-Zahl</i> .....	138
9.1.2. Die Strömung im Rohreinlauf .....	138
9.1.3. Der dimensionslose Widerstandsbeiwert .....	138
9.1.4. Die drei Strömungsbereiche bezüglich der Rauigkeit .....	139
9.1.5. Die Widerstandsgesetze der ausgebildeten turbulenten Rohrströmung .....	141
9.1.6. Das Geschwindigkeitsprofil der ausgebildeten turbulenten Rohrströmung .....	142
9.2. Der Wärmeübergang bei der hydrodynamisch und thermisch ausgebildeten turbulenten Rohrströmung .....	142
9.2.1. Herleitungsbeispiel 9 – 1: Herleitung einer Beziehung zur Berechnung des Wärmeübergangs für die hydrodynamisch und thermisch ausgebildete turbulente Rohrströmung .....	143
9.2.2. Bemerkungen zum Herleitungsbeispiel 9 – 1 .....	145
9.3. Einfache Gleichungen für den mittleren Wärmeübergang .....	147
9.4. Der Wärmeübergang bei der Rohrströmung im Übergangsbereich .....	149
9.5. Der Wärmeübergang bei der turbulenten Strömung durch Rohre mit nicht kreisförmigem Querschnitt .....	150

<b>10. Der Wärmeübergang bei der erzwungenen Strömung mit turbulenten Grenzschichten</b> .....	152
10.1. Kennzeichnung des Strömungscharakters durch die <i>Reynolds</i> -Zahl .....	152
10.2. Grenzschichtdicke und Widerstandsgesetze .....	153
10.2.1. Herleitungsbeispiel 10 – 1: Übertragung des <i>Blasiusschen</i> Widerstandsgesetzes für das turbulent durchströmte, hydraulisch glatte Rohr auf die turbulente Grenzschichtströmung längs einer ebenen Wand .....	155
10.2.2. Herleitungsbeispiel 10 – 2: Herleitung einer Beziehung für die Dicke der turbulenten Grenzschicht und den örtlichen Reibungsbeiwert bei der Strömung längs einer ebenen Wand .....	156
10.2.3. Herleitungsbeispiel 10 – 3: Ermittlung des Gesamtreibungsbeiwertes einer längs angeströmten ebenen Wand bei Berücksichtigung der laminaren Grenzschicht am Wandanfang .....	157
10.3. Der Wärmeübergang an der längs angeströmten ebenen Wand bei turbulenter Grenzschicht .....	158
10.3.1. Der örtliche Wärmeübergang .....	158
10.3.2. Der mittlere Wärmeübergang ohne Berücksichtigung der laminaren Grenzschichtströmung am Wandanfang .....	159
10.3.3. Der mittlere Wärmeübergang mit Berücksichtigung der laminaren Grenzschichtströmung am Wandanfang .....	160
<b>11. Der Wärmeübergang bei der erzwungenen Strömung quer um Einzelrohre und durch Rohrbündel</b> .....	162
11.1. Die Strömung um einen quer angeströmten Kreiszyylinder .....	162
11.2. Der Wärmeübergang an einem quer angeströmten Kreiszyylinder .....	164
11.3. Rohrbündel im Querstrom .....	166
<b>12. Einige Sonderfragen beim Wärmeübergang durch erzwungene Strömung</b> .....	172
12.1. Möglichkeiten zur Erhöhung der Wärmestromdichte .....	172
12.1.1. Rippenheizflächen .....	173
12.1.2. Erhöhung der Turbulenz durch Einbauten oder künstliche Rauigkeiten .....	176
12.2. Berücksichtigung der Temperaturerhöhung infolge Reibungsarbeit der Strömung .....	177
12.2.1. Die Dissipationsfunktion .....	177
12.2.2. Die Temperatur einer längs angeströmten, wärmeisolierten Wand .....	178
12.2.3. Der Wärmeübergang über eine längs angeströmte ebene Wand bei der Berücksichtigung der Erzeugung innerer Energie aus der Reibungsarbeit der Strömung .....	180
12.3. Einige Besonderheiten bei Gasströmungen .....	182
12.3.1. Temperaturänderung durch isentrope Entspannung oder Verdichtung von Gasen .....	183
12.3.2. Strömung von Gasen durch beheizte Rohrleitungen – die Anfangsgeschwindigkeit ist kleiner als die Schallgeschwindigkeit .....	184

<b>13. Allgemeine Aussagen und Gleichungen zur freien Konvektion</b> .....	187
13.1. Unterscheidung von erzwungener und freier Strömung .....	187
13.2. Allgemeine Aussagen über den Wärmeübergang bei freier Konvektion ..	188
13.3. Die Grundgleichungen der freien Konvektion .....	189
13.4. Die Grundgleichungen der freien Konvektion in einer zweckmäßigen dimensionslosen Schreibweise .....	192
13.5. Die allgemeine Lösung für den Wärmeübergang bei freier Konvektion ..	193
<b>14. Die laminare freie Konvektionsströmung an senkrechten Wänden</b> .....	196
14.1. Grenzschichtvereinfachungen .....	196
14.2. Allgemeine Aussagen über die laminare freie Konvektion an senk- rechten Wänden konstanter Temperatur .....	197
14.3. Die senkrecht zur Wand integrierten Grenzschichtgleichungen der freien Konvektion .....	197
14.4. Näherungsweise Berechnung der laminaren freien Konvektion an senk- rechten Wänden mit Hilfe der örtlichen Bilanzgleichungen .....	198
14.5. Herleitungsbeispiel 14 – 1: Ermittlung von Beziehungen für Grenzschichtdicke und Geschwindigkeit bei der laminaren freien Konvektion an senkrechten Wänden konstanter Temperatur .....	202
14.6. Ergebnisse der näherungsweisen Berechnung bei laminarer freier Kon- vektion an senkrechten Wänden .....	203
<b>15. Die turbulente freie Konvektion an senkrechten Wänden</b> .....	208
15.1. Der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung .....	208
15.2. Allgemeine Aussagen über den Wärmeübergang bei turbulenter freier Konvektion an senkrechten Wänden .....	209
15.3. Näherungsweise Berechnung der turbulenten freien Konvektion an senk- rechten Wänden mit Hilfe der örtlichen Bilanzgleichungen .....	210
15.4. Ergebnisse der näherungsweisen Berechnung bei turbulenter freier Kon- vektion an senkrechten Wänden konstanter Temperatur .....	213
<b>16. Der Wärmeübergang bei freier Konvektion an Körpern verschiedener Form</b>	216
16.1. Der Wärmeübergang bei laminarer freier Konvektion an senkrechten Zylindern .....	216
16.2. Der Wärmeübergang bei freier Konvektion um waagerechte Zylinder	216
16.3. Der Wärmeübergang bei freier Konvektion an waagerechten Platten ...	220
16.4. Zusammenfassende Darstellung des Wärmeübergangs bei freier Kon- vektion an verschieden geformten Körpern .....	221

<b>17. Freie Konvektion in dünnen Schichten</b> .....	223
17.1. Die Strömung .....	223
17.2. Der Wärmetransport .....	224
17.3. Berechnungsgleichungen für die scheinbare Wärmeleitfähigkeit .....	225
17.4. Über die Konvektionssicherheit poröser Isolierstoffe .....	227

## **18. Einige Sonderfragen beim Wärmeübergang durch freie Konvektion**

18.1. Berücksichtigung des Wärmetransports durch Strahlung .....	230
18.2. Gleichzeitiges Auftreten von freier und erzwungener Strömung .....	234
18.2.1. Gleichzeitiges Auftreten von freier und erzwungener Strömung an senkrechten Wänden .....	235
18.2.2. Gleichzeitiges Auftreten von freier und erzwungener Strömung im Innern waagerechter Rohre .....	236
18.3. Freie Konvektion in einem rotierenden, einseitig geschlossenen Kanal	236

## **Anhang**

### **Zusammenstellung von Formelzeichen, Stoffeigenschaften, wichtigen Gleichungen und Berechnungsformeln**

Tafel 1: Formelzeichen und Maßeinheiten .....	238
Tafel 2: Kennzahlen .....	240
Tafel 3: Umrechnung zwischen verschiedenen Maßeinheiten .....	241
Tafel 4: Stoffeigenschaften von Gasen .....	242
Tafel 5: Stoffeigenschaften von Dämpfen im Sättigungszustand .....	243
Tafel 6: Stoffeigenschaften von Flüssigkeiten .....	244
Tafel 7: Stoffeigenschaften von flüssigen Metallen .....	245
Tafel 8: Erfahrungswerte für übliche Wärmeübertrager .....	246
Tafel 9: Die Grundgleichungen des Impuls-, Energie- und Stofftransports in kartesischen Koordinaten .....	247
Tafel 10: Dimensionslose Schreibweise der Grundgleichungen des Impuls-, Energie- und Stofftransports in kartesischen Koordinaten .....	248
Tafel 11: Die Grundgleichungen des Impuls-, Energie- und Stofftransports in Zylinderkoordinaten bei Rotationssymmetrie .....	250
Tafel 12: Randbedingungen .....	252
Tafel 13: Stromdichten, Übergangskoeffizienten, Kopplungsgleichungen .....	254
Tafel 14: Reynolds-, Prandtl-, Schmidt-Zahl .....	255
Tafel 15: Die Grenzschichtgleichungen eben, inkompressibel, konstante Stoffwerte, keine Quellglieder .....	257
Tafel 16: Die senkrecht zur begrenzenden Wand ( $y$ -Richtung) integrierten Grenzschichtgleichungen, eben, stationär, inkompressibel, kein oder nur geringer Stoffübergang .....	258
Tafel 17: Näherungsweise Berechnung von Stromdichten in Strömungen mit Grenzschichten mittels der örtlichen Bilanzgleichungen für Fluide mit $Pr < 1$ ( $\partial p / \partial x \approx 0$ sei vorausgesetzt) .....	259