

1	Die Maxwell'schen Gleichungen	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Der Begriff der Ladung und das Coulomb'sche Gesetz	2
1.3	Die elektrische Feldstärke E und die dielektrische Verschiebung D	5
1.4	Der elektrische Fluss	6
1.5	Die Divergenz eines Vektorfelds und der Gauß'sche Integralsatz	9
1.6	Arbeit im elektrischen Feld	13
1.7	Die Rotation eines Vektorfeldes und der Stokes'sche Integralsatz	16
1.8	Potential und Spannung	22
1.9	Elektrischer Strom und Magnetfeld: das Durchflutungsgesetz	26
1.10	Das Prinzip der Ladungserhaltung und die 1. Maxwell'sche Gleichung	31
1.11	Das Induktionsgesetz	35
1.12	Die Maxwell'schen Gleichungen	37
1.13	Das Maßsystem	41
2	Die Grundlagen der Elektrostatik	49
2.1	Grundlegende Beziehungen	49
2.2	Feldstärke und Potential für gegebene Ladungsverteilungen	51
2.3	Spezielle Ladungsverteilungen	54
2.3.1	Eindimensionale, ebene Ladungsverteilungen	54
2.3.2	Kugelsymmetrische Verteilungen	54
2.3.3	Zylindersymmetrische Verteilungen	58
2.4	Das Feld von zwei Punktladungen	61
2.5	Ideale Dipole	67
2.5.1	Der ideale Dipol und sein Potential	67
2.5.2	Volumenverteilungen von Dipolen	70
2.5.3	Flächenverteilungen von Dipolen (Doppelschichten)	72
2.5.4	Liniendipole	78
2.6	Das Verhalten eines Leiters im elektrischen Feld	81
2.6.1	Metallkugel im Feld einer Punktladung	83

2.6.2	Metallkugel im homogenen elektrischen Feld	86
2.6.3	Metallzylinder im Feld einer Linienladung	89
2.7	Der Kondensator	90
2.8	E und D im Dielektrikum	93
2.9	Der Kondensator mit Dielektrikum	98
2.10	Randbedingungen für E und D und die Brechung von Kraftlinien	99
2.11	Die Punktladung in einem Dielektrikum	103
2.11.1	Homogenes Dielektrikum	103
2.11.2	Ebene Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika	104
2.12	Dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld	107
2.12.1	Das Feld einer homogen polarisierten Kugel	107
2.12.2	Äußeres homogenes Feld als Ursache der Polarisation	110
2.12.3	Dielektrische Kugel (ϵ_i) und dielektrischer Außenraum (ϵ_a)	111
2.12.4	Verallgemeinerung: Ellipsoide	114
2.13	Der Polarisationsstrom	116
2.14	Der Energiesatz	117
2.14.1	Der Energiesatz in allgemeiner Formulierung	117
2.14.2	Die elektrostatische Energie	121
2.15	Kräfte im elektrischen Feld	124
2.15.1	Kräfte auf die Platten eines Kondensators	124
2.15.2	Kondensator mit zwei Dielektrika	125
3	Die formalen Methoden der Elektrostatik	129
3.1	Koordinatentransformation	130
3.2	Vektoranalysis für krummlinige, orthogonale Koordinaten	134
3.2.1	Der Gradient	134
3.2.2	Die Divergenz	134
3.2.3	Der Laplace-Operator	135
3.2.4	Die Rotation	136
3.3	Einige wichtige Koordinatensysteme	137
3.3.1	Kartesische Koordinaten	138
3.3.2	Zylinderkoordinaten	138
3.3.3	Kugelkoordinaten	139
3.4	Einige Eigenschaften der Poisson'schen und der Laplace'schen Gleichung (Potentialtheorie)	141
3.4.1	Die Problemstellung	141
3.4.2	Die Green'schen Sätze	141
3.4.3	Der Eindeutigkeitsbeweis	143
3.4.4	Modelle	145
3.4.5	Die Dirac'sche δ -Funktion	145
3.4.6	Punktladung und δ -Funktion	149
3.4.7	Das Potential in einem begrenzten Gebiet	150

3.5	Separation der Laplace'schen Gleichung in kartesischen Koordinaten . . .	153
3.5.1	Die Separation	153
3.5.2	Beispiele	156
3.6	Vollständige orthogonale Systeme von Funktionen	176
3.7	Separation der Laplace'schen Gleichung in Zylinderkoordinaten	183
3.7.1	Die Separation	183
3.7.2	Einige Eigenschaften von Zylinderfunktionen	186
3.7.3	Beispiele	190
3.8	Separation der Laplace'schen Gleichung in Kugelkoordinaten	210
3.8.1	Die Separation	210
3.8.2	Beispiele	215
3.9	Vielleitersysteme	223
3.10	Ebene elektrostatische Probleme und die Stromfunktion	228
3.11	Analytische Funktionen und konforme Abbildungen	232
3.12	Das komplexe Potential	241
4	Das stationäre Strömungsfeld	259
4.1	Die grundlegenden Gleichungen	259
4.2	Die Relaxationszeit	263
4.3	Die Randbedingungen	264
4.4	Die formale Analogie zwischen \mathbf{D} und \mathbf{g}	270
4.5	Einige Strömungsfelder	271
4.5.1	Die punktförmige Quelle im Raum	271
4.5.2	Linienquellen	274
4.5.3	Ein gemischtes Randwertproblem	275
5	Die Grundlagen der Magnetostatik	283
5.1	Grundgleichungen	283
5.2	Einige Magnetfelder	294
5.2.1	Das Feld eines geradlinigen, konzentrierten Stromes	294
5.2.2	Das Feld rotationssymmetrischer Stromverteilungen in zylindrischen Leitern	301
5.2.3	Das Feld einfacher Spulen	302
5.2.4	Das Feld eines Kreisstromes und der magnetische Dipol	305
5.2.5	Das Feld einer beliebigen Stromschleife	312
5.2.6	Das Feld ebener Leiterschleifen in der Schleifenebene	315
5.3	Der Begriff der Magnetisierung	317
5.4	Kraftwirkungen auf Dipole in Magnetfeldern	323
5.5	\mathbf{B} und \mathbf{H} in magnetisierbaren Medien	325
5.6	Der Ferromagnetismus	332
5.7	Randbedingungen für \mathbf{B} und \mathbf{H} und die Brechung magnetischer Kraftlinien	338

5.8	Platte, Kugel und Hohlkugel im homogenen Magnetfeld	341
5.8.1	Die ebene Platte	341
5.8.2	Die Kugel	343
5.8.3	Die Hohlkugel	345
5.9	Spiegelung an der Ebene	347
5.10	Ebene Probleme	355
5.11	Zylindrische Randwertprobleme	356
5.11.1	Separation	356
5.11.2	Die Struktur rotationssymmetrischer Magnetfelder	358
5.11.3	Beispiele	361
5.12	Magnetische Energie, magnetischer Fluss und Induktivitätskoeffizienten	370
5.12.1	Die magnetische Energie	370
5.12.2	Der magnetische Fluss	375
6	Zeitabhängige Probleme I (Quasistationäre Näherung)	379
6.1	Das Induktionsgesetz	379
6.1.1	Induktion durch zeitliche Veränderung von \mathbf{B}	379
6.1.2	Induktion durch Bewegung des Leiters	380
6.1.3	Induktion durch gleichzeitige Änderung von \mathbf{B} und Bewegung des Leiters	383
6.1.4	Die Unipolarmaschine	386
6.1.5	Der Versuch von Hering	387
6.2	Die Diffusion von elektromagnetischen Feldern	389
6.2.1	Die Gleichungen für \mathbf{E} , \mathbf{g} , \mathbf{B} und \mathbf{A}	389
6.2.2	Der physikalische Inhalt der Gleichungen	391
6.2.3	Abschätzungen und Ähnlichkeitsgesetze	395
6.3	Die Laplace-Transformation	398
6.4	Felddiffusion im beiderseits unendlichen Raum	403
6.5	Felddiffusion im Halbraum	408
6.5.1	Allgemeine Lösung	408
6.5.2	Die Diffusion des Feldes von der Oberfläche ins Innere des Halbraumes (Einfluss der Randbedingung)	410
6.5.3	Die Diffusion des Anfangsfeldes im Halbraum (Einfluss der Anfangsbedingung)	414
6.5.4	Periodisches Feld und Skinneffekt	416
6.6	Felddiffusion in der ebenen Platte	421
6.6.1	Allgemeine Lösung	421
6.6.2	Die Diffusion des Anfangsfeldes (Einfluss der Anfangsbedingung)	423
6.6.3	Der Einfluss der Randbedingungen	426
6.7	Das zylindrische Diffusionsproblem	431
6.7.1	Die Grundgleichungen	431
6.7.2	Das longitudinale Feld B_z	433

6.7.3	Das azimutale Feld B_φ	437
6.7.4	Der Skineffekt im zylindrischen Draht	441
6.8	Grenzen der quasistationären Theorie	445
7	Zeitabhängige Probleme II (Elektromagnetische Wellen)	447
7.1	Die Wellengleichungen und ihre einfachsten Lösungen	447
7.1.1	Die Wellengleichungen	447
7.1.2	Der einfachste Fall: Ebene Wellen im Isolator	449
7.1.3	Harmonische ebene Wellen	455
7.1.4	Elliptische Polarisation	459
7.1.5	Stehende Wellen	460
7.1.6	TE- und TM-Wellen	461
7.1.7	Energiedichte in und Energietransport durch Wellen	465
7.2	Ebene Wellen in einem leitfähigen Medium	467
7.2.1	Wellengleichungen und Dispersionsbeziehung	467
7.2.2	Der Vorgang ist harmonisch im Raum	469
7.2.3	Der Vorgang ist harmonisch in der Zeit	471
7.3	Reflexion und Brechung von Wellen	476
7.3.1	Reflexion und Brechung bei Isolatoren	476
7.3.2	Die Fresnel'schen Beziehungen für Isolatoren	478
7.3.3	Nichtmagnetische Medien	482
7.3.4	Totalreflexion	485
7.3.5	Reflexion an einem leitfähigen Medium	487
7.4	Die Potentiale und ihre Wellengleichungen	488
7.4.1	Die inhomogenen Wellengleichungen für \mathbf{A} und φ	488
7.4.2	Die Lösung der inhomogenen Wellengleichungen (Retardierung)	492
7.4.3	Der elektrische Hertz'sche Vektor	494
7.4.4	Vektorpotential für \mathbf{D} und magnetischer Hertz'scher Vektor	495
7.4.5	Hertz'sche Vektoren und Dipolmomente	497
7.4.6	Potentiale für homogene leitfähige Medien ohne Raumladungen	500
7.5	Der Hertz'sche Dipol	503
7.5.1	Die Felder des schwingenden Dipols	503
7.5.2	Das Fernfeld und die Strahlungsleistung	508
7.6	Die Rahmenantenne	512
7.7	Wellen in zylindrischen Hohlleitern	515
7.7.1	Grundgleichungen	515
7.7.2	TM-Wellen	518
7.7.3	TE-Wellen	519
7.7.4	TEM-Wellen	520
7.8	Der Rechteckhohlleiter	523
7.8.1	Die Separation	523
7.8.2	TM-Wellen im Rechteckhohlleiter	524

7.8.3	TE-Wellen im Rechteckhohlleiter	527
7.8.4	TEM-Wellen	528
7.9	Rechteckige Hohlraumresonatoren	530
7.10	Der kreiszylindrische Hohlleiter	534
7.10.1	Die Separation	534
7.10.2	TM-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter	535
7.10.3	TE-Wellen im kreiszylindrischen Hohlleiter	537
7.10.4	Das Koaxialkabel	539
7.10.5	Die Telegraphengleichung	541
7.11	Das Problem des Hohlleiters als Variationsproblem	543
7.12	Rand- und Anfangswertprobleme	546
7.12.1	Das Anfangswertproblem des unendlichen, homogenen Raumes	547
7.12.2	Das Randwertproblem des Halbraumes	551
8	Numerische Methoden	555
8.1	Einleitung	555
8.2	Potentialtheoretische Grundlagen	556
8.2.1	Randwertprobleme und Integralgleichungen	556
8.2.2	Beispiele	560
8.2.3	Die Mittelwertsätze der Potentialtheorie	565
8.3	Randwertprobleme als Variationsprobleme	567
8.3.1	Variationsintegrale und Euler'sche Gleichungen	567
8.3.2	Beispiele	571
8.4	Die Methode der gewichteten Residuen	581
8.4.1	Die Kollokationsmethode	582
8.4.2	Die Methode der Teilgebiete	584
8.4.3	Die Momentenmethode	585
8.4.4	Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate	586
8.4.5	Die Galerkin-Methode	586
8.5	Random-Walk-Prozesse	590
8.6	Die Methode der finiten Differenzen	595
8.6.1	Die grundlegenden Beziehungen	595
8.6.2	Ein Beispiel	600
8.7	Die Methode der finiten Elemente	605
8.8	Die Methode der Randelemente	614
8.9	Ersatzladungsmethoden	620
8.10	Die Monte-Carlo-Methode	622
9	Anhang	627
9.1	Elektromagnetische Feldtheorie und Photonenruhmasse	627
9.1.1	Einleitung	627
9.1.2	Beispiele	633
9.1.3	Messungen und Schlussfolgerungen	641

9.2	Magnetische Monopole und Maxwell'sche Gleichungen	644
9.2.1	Einleitung	644
9.2.2	Duale Transformationen	645
9.2.3	Eigenschaften von magnetischen Monopolen	649
9.2.4	Die Suche nach magnetischen Monopolen	651
9.3	Über die Bedeutung der elektromagnetischen Felder und Potentiale (Bohm-Aharonov-Effekte)	652
9.3.1	Einleitung	652
9.3.2	Die Rolle der Felder und Potentiale	655
9.3.3	Die Ehrenfest'schen Theoreme	657
9.3.4	Magnetfeld und Vektorpotential einer unendlich langen idealen Spule	658
9.3.5	Elektronenstrahlinterferenzen am Doppelspalt	659
9.3.6	Schlussfolgerungen	664
9.4	Die Liénard-Wiechert'schen Potentiale	664
9.5	Das Helmholtz'sche Theorem	668
9.5.1	Ableitung und Interpretation	668
9.5.2	Beispiele	673
9.6	Maxwell'sche Gleichungen und Relativitätstheorie	678
9.6.1	Galilei- und Lorentz-Transformation	678
9.6.2	Die Lorentz-Transformation als orthogonale Transformation	680
9.6.3	Einige Konsequenzen der Lorentz-Transformation	685
9.6.4	Die Lorentz-Transformation der Maxwell'schen Gleichungen	689
9.6.5	Vierervektoren und Vierertensoren	691
9.6.6	Einige Beispiele	702
9.6.7	Schlussbemerkung	708
9.7	Relativitätstheorie und Gravitation, die Allgemeine Relativitätstheorie	709
9.7.1	Träge und schwere Masse	709
9.7.2	Riemann'sche Geometrie	712
9.7.3	Kräfte in einem rotierenden Bezugssystem	717
9.7.4	Die Einstein'sche Feldgleichung	719
9.7.5	Die äußere Schwarzschildmetrik	721
9.7.6	Photonen in Gravitationsfeldern	735
9.7.7	Planetenbewegung und Periheldrehung	739
9.7.8	Gravitomagnetismus	741
9.7.9	Weitere Problemkreise der allgemeinen Relativitätstheorie	742
	Literatur	747
	Sachverzeichnis	751