

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung .....</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Erkenntnisinteresse .....  | 1         |
| 1.2      | Aufbau der Arbeit .....  | 5         |
| <b>2</b> | <b>Mathematikdidaktischer Forschungsstand .....</b>  | <b>7</b>  |
| 2.1      | Argumentieren: Eine bedeutsame mathematische Tätigkeit .....                                       | 8         |
| 2.1.1    | Argumentieren in der „beweisenden Disziplin“ Mathematik .....                                      | 8         |
| 2.1.2    | Argumentieren und Lernen .....   | 22        |
| 2.1.3    | Prozesse und Produkte des Argumentierens und Beweisens .....                                       | 25        |
| 2.1.4    | Syntaktische und semantische Perspektiven auf das Argumentieren<br>und Beweisen .....              | 32        |
| 2.1.5    | Mathematikdidaktische Fokussierung der vorliegenden Arbeit.....                                    | 40        |
| 2.2      | Argumentieren: Eine Herausforderung für Lernende .....   | 46        |
| 2.2.1    | Schwierigkeiten von Lernenden in Vergleichsstudien.....  | 47        |
| 2.2.2    | Leistungsdisparitäten in prozessbezogenen Kompetenzen .....  | 51        |
| 2.3      | „Mathematisches Argumentieren“ im Fokus .....  | 57        |
| 2.3.1    | Wesentliche Begriffe der Theorie des kommunikativen Handelns ..                                    | 58        |
| 2.3.2    | Eignung der Terminologie von Habermas .....  | 60        |
| 2.3.3    | „Mathematisches Argumentieren“ in dieser Arbeit .....  | 68        |
| 2.4      | Forschungsdesiderat .....  | 70        |
| <b>3</b> | <b>Habermas'sche Zugänge zum Argumentieren .....</b>   | <b>73</b> |
| 3.1      | Bildungssprache.....   | 74        |
| 3.1.1    | „Bildungssprache“ – Eine Begriffsklärung .....   | 75        |
| 3.1.2    | Bildungssprache als bekannte Herausforderung .....   | 81        |
| 3.1.3    | Mathematisches Argumentieren aus Perspektive der<br>Bildungssprache: Potentielle Hindernisse ..... | 84        |
| 3.2      | Rationalität.....  | 86        |
| 3.2.1    | Epistemische, teleologische und kommunikative Rationalität.....                                    | 87        |

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 3.2.2    | Der Rationalitätsbegriff von Habermas in der<br>mathematikdidaktischen Forschung..... | 93         |
| 3.2.3    | Potentielle Hindernisse aus Perspektive der Rationalität .....                        | 95         |
| 3.3      | Diskursethik.....   | 96         |
| 3.3.1    | Voraussetzung zur Teilhabe an Diskursen: Diskursethische<br>Regeln.....               | 97         |
| 3.3.2    | Anwendbarkeit der diskursethischen Regeln beim<br>mathematischen Argumentieren .....  | 104        |
| 3.3.3    | Potentielle Hindernisse aus Perspektive der Diskursethik .....                        | 105        |
| 3.4      | Zusammenspiel von Bildungssprache, Rationalität und Diskursethik ..                   | 106        |
| 3.5      | Erforschung von Hindernissen beim mathematischen Argumentieren.                       | 109        |
| <b>4</b> | <b>Methodologische Überlegungen.....</b>  | <b>111</b> |
| 4.1      | Eckdaten der empirischen Erkundung und der Datenanalyse .....                         | 111        |
| 4.2      | Methodologischer Rahmen des Untersuchungsdesigns .....                                | 114        |
| 4.2.1    | Ethnografie als Zugang zu Argumentationsdiskursen .....                               | 115        |
| 4.2.2    | Teilnehmende Beobachtung als Förderlehrerin im<br>Förderunterricht .....              | 117        |
| 4.2.3    | Abgrenzung des ethnografischen Ansatzes von Design Research.                          | 121        |
| 4.3      | Methodologischer Rahmen der Datenauswertung .....                                     | 122        |
| 4.3.1    | Theoretische Ziele der Diskursanalyse .....   | 123        |
| 4.3.2    | Diskursanalytisches Vorgehen.....   | 124        |
| <b>5</b> | <b>Methodische Umsetzung der empirischen Forschung.....</b>                           | <b>131</b> |
| 5.1      | Vorgehen bei der Datenerhebung .....  | 131        |
| 5.2      | Datenaufbereitung und Datenreduktion.....   | 132        |
| 5.3      | Methoden der Datenauswertung .....  | 134        |
| 5.3.1    | Rekonstruierende Analysen .....   | 134        |
| 5.3.2    | Aufklärende Analysen .....  | 162        |
| 5.3.3    | Komparation und Kontrastierung.....   | 176        |
| <b>6</b> | <b>Empirisch fundierte Beschreibung der Kategorien.....</b>                           | <b>185</b> |
| 6.1      | Keine tatsächlichen Hindernisse .....   | 185        |

---

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 6.1.1 | Einordnung von Fällen in die Kategorie Keine tatsächlichen Hindernisse ..... | 188 |
| 6.1.2 | Charakterisierung der Argumentationsanlässe.....                             | 189 |
| 6.1.3 | Charakterisierung der Argumentationsdiagramme .....                          | 199 |
| 6.1.4 | Beteiligung und soziale Situation .....                                      | 205 |
| 6.1.5 | Zusammenfassung und Reflexion der empirischen Beobachtungen.....             | 206 |
| 6.2   | Bildungssprache.....   | 211 |
| 6.2.1 | Einordnung von Fällen in die Kategorie „Bildungssprache“ .....               | 217 |
| 6.2.2 | Charakterisierung der Argumentationsanlässe.....                             | 219 |
| 6.2.3 | Charakterisierung der Argumentationsdiagramme .....                          | 230 |
| 6.2.4 | Beteiligung und soziale Situation .....                                      | 235 |
| 6.2.5 | Auswirkung der tatsächlichen Hindernisse im weiteren Stundenverlauf.....     | 238 |
| 6.2.6 | Zusammenfassung und Reflexion der empirischen Beobachtungen.....             | 242 |
| 6.3   | Rationalität.....  | 246 |
| 6.3.1 | Einordnung von Fällen in die Kategorie „Rationalität“ .....                  | 253 |
| 6.3.2 | Charakterisierung der Argumentationsanlässe.....                             | 253 |
| 6.3.3 | Charakterisierung der Argumentationsdiagramme .....                          | 264 |
| 6.3.4 | Beteiligung und soziale Situation .....                                      | 270 |
| 6.3.5 | Auswirkung der tatsächlichen Hindernisse im weiteren Stundenverlauf.....     | 272 |
| 6.3.6 | Zusammenfassung und Reflexion der empirischen Beobachtungen.....             | 277 |
| 6.4   | Diskursethik.....  | 281 |
| 6.4.1 | Einordnung von Fällen in die Kategorie Diskursethik.....                     | 287 |
| 6.4.2 | Charakterisierung der Argumentationsanlässe.....                             | 289 |
| 6.4.3 | Charakterisierung der Argumentationsdiagramme .....                          | 293 |
| 6.4.4 | Beteiligung und soziale Situation .....                                      | 298 |
| 6.4.5 | Auswirkung der tatsächlichen Hindernisse im weiteren Stundenverlauf.....     | 302 |
| 6.4.6 | Zusammenfassung und Reflexion der empirischen Beobachtungen.....             | 304 |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 6.5      | Kontrastierung der empirisch ermittelten Unterschiede .....                              | 308        |
| 6.5.1    | Bildungssprache – Rationalität .....   | 309        |
| 6.5.2    | Rationalität – Diskursethik .....  | 311        |
| 6.5.3    | Diskursethik – Bildungssprache.....  | 313        |
| 6.5.4    | Keine tatsächlichen Hindernisse – Bildungssprache –<br>Rationalität – Diskursethik ..... | 314        |
| <b>7</b> | <b>Hindernisse im mathematischen Argumentationsdiskurs.....</b>                          | <b>319</b> |
| 7.1      | Typologie: Hindernisse im mathematischen Argumentationsdiskurs...                        | 319        |
| 7.1.1    | Stolpersteine aus Perspektive der Bildungssprache .....                                  | 320        |
| 7.1.2    | Rationalität als Hürde .....   | 323        |
| 7.1.3    | Diskursethische Barrieren.....   | 325        |
| 7.2      | Chancen für die Adressierung von Hindernissen.....                                       | 329        |
| <b>8</b> | <b>Diskussion und Reflexion von Theorie und Empirie .....</b>                            | <b>333</b> |
| 8.1      | Diskussion des Analyseverfahrens .....   | 333        |
| 8.1.1    | Umfang des Verfahrens .....  | 334        |
| 8.1.2    | Der Begriff des Hindernisses und die Gefahr der<br>Defizitorientierung.....              | 335        |
| 8.1.3    | Generalisierbarkeit der Ergebnisse .....   | 336        |
| 8.2      | Diskussion von Theorie und Methodologie .....  | 337        |
| 8.2.1    | Möglichkeiten zu einer stärkeren theoretischen Vernetzung .....                          | 338        |
| 8.2.2    | Trennschärfe und Nützlichkeit des dreigliedrigen Zugangs.....                            | 338        |
| 8.2.3    | Sprecherrollen und die Rekonstruktion von Partizipation .....                            | 341        |
| <b>9</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick.....</b>   | <b>345</b> |
| 9.1      | Beitrag zur mathematikdidaktischen Diskussion .....                                      | 345        |
| 9.2      | Folgerungen für die mathematikdidaktische Forschung .....                                | 346        |
| 9.3      | Folgerungen für den Mathematikunterricht .....   | 348        |
| 9.4      | Zusammenfassung .....  | 349        |
|          | <b>Literatur.....</b>  | <b>351</b> |