

Inhaltsverzeichnis

1.	Mathematische Zeichen und Symbole	17
2.	Mathematische Logik	24
2.1.	Aussagenlogik	24
2.1.1.	Allgemeines	24
2.1.2.	BOOLESCHE Grundfunktionen	25
2.1.3.	Rechengesetze, Rechenregeln	28
2.1.4.	Verknüpfungsmöglichkeiten von zwei Eingangs- variablen in lexikographischer Ordnung	29
2.1.5.	Normalformen	30
2.1.6.	KARNAUGH-Tafel	32
2.2.	Prädikatenlogik	33
2.2.1.	Allgemeines	33
2.2.2.	Axiome, Ableitungsregeln	36
3.	Arithmetik	38
3.1.	Mengen	38
3.1.1.	Grundbegriffe	38
3.1.2.	Mengenoperationen	40
3.1.3.	Beziehungen, Eigenschaften, Rechenregeln, Abbildung	40
3.1.4.	Zahlensysteme	43
3.1.5.	Zahlenbereiche	44
3.2.	Bereich der reellen Zahlen P	47
3.2.1.	Grundoperationen (Rechenoperationen 1. und 2. Stufe)	47
3.2.1.1.	Die vier Grundrechenarten	47
3.2.1.2.	Proportionen	49
3.2.1.3.	Prozentrechnung, Zinsrechnung	50
3.2.1.4.	Näherung	51
3.2.1.5.	Betrag, Signum	51
3.2.1.6.	Summen- und Produktzeichen	52
3.2.2.	Potenzen, Wurzeln	53
3.2.3.	Logarithmus	55
3.2.3.1.	Allgemeines	55

3.2.3.2.	Logarithmengesetze	56
3.2.3.3.	Logarithmensysteme	56
3.2.4.	Binomischer Lehrsatz	58
3.3.	Bereich der komplexen Zahlen \mathcal{C}	61
3.3.1.	Allgemeines	61
3.3.2.	Darstellungsformen komplexer Zahlen	62
3.3.3.	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	63
3.3.4.	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	66
3.3.5.	Natürliche Logarithmen von komplexen Zahlen	69
3.4.	Kombinatorik	70
3.4.1.	Permutationen	70
3.4.2.	Variationen	72
3.4.3.	Kombinationen	72
3.5.	Folgen	73
3.5.1.	Allgemeines	73
3.5.2.	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge	75
3.5.3.	Arithmetische und geometrische Folgen	77
3.5.4.	Zinseszins- und Rentenrechnung	81
4.	Algebra	84
4.1.	Gleichungen, Ungleichungen	84
4.1.1.	Allgemeines	84
4.1.2.	Lineare algebraische Gleichungen/Ungleichungen	86
4.1.2.1.	Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen	86
4.1.2.2.	Gleichungen/Ungleichungen mit mehreren Variablen	87
4.1.2.3.	Systeme linearer Gleichungen mit mehreren Variablen	91
4.2.	Matrizen	92
4.2.1.	Allgemeines	92
4.2.2.	Matrizengesetze	97
4.3.	Austauschverfahren	102
4.4.	GAUSSScher Algorithmus	105
4.5.	Determinanten	110
4.5.1.	Allgemeines	110
4.5.2.	Determinantengesetze	112
4.5.3.	CRAMERSche Regel, Lösung eines Gleichungssystems	115
4.6.	Algebraische Gleichungen (Ungleichungen) höheren Grades	116
4.6.1.	Quadratische Gleichung (Ungleichung) mit einer Variablen	116

4.6.2.	Quadratische Gleichungen mit zwei Variablen . . .	117
4.6.3.	Kubische Gleichung mit einer Variablen	119
4.6.4.	Symmetrische Gleichung 4. Grades	121
4.6.5.	Algebraische Gleichungen n -ten Grades	122
4.7.	Transzendente Gleichungen	124
4.7.1.	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	124
4.7.2.	Exponentialgleichungen	125
4.7.3.	Logarithmische Gleichungen	126
4.7.4.	Goniometrische Gleichungen	127
4.8.	Näherungsverfahren zur Bestimmung der Wurzeln einer Gleichung	129
4.8.1.	Regula falsi (lineare Interpolation, Intervall- schachtelung)	129
4.8.2.	Iterationsverfahren	130
4.8.3.	NEWTONSches Näherungsverfahren	131
4.8.4.	Graphische Lösung von Gleichungen	132
5.	Funktionen	135
5.1.	Allgemeines	135
5.2.	Operationen mit Funktionen	140
5.2.1.	Rationale Operationen	140
5.2.2.	Operatoren der numerischen Mathematik	140
5.3.	Grenzwert, Stetigkeit, Kurvendiskussion	141
5.3.1.	Grenzwert	141
5.3.2.	Unbestimmte Ausdrücke	143
5.3.3.	Stetigkeit einer Funktion	146
5.3.4.	Kurvendiskussion	147
5.3.4.1.	Verhalten im Unendlichen, Grenzwert des Funktions- wertes für $x \rightarrow \pm \infty$	147
5.3.4.2.	Nullstellen einer Funktion	147
5.3.4.3.	Unstetigkeiten	148
5.3.4.4.	Lokale Monotonie und Extrema von Funktionen	149
5.3.4.5.	Wendepunkt einer Kurve	155
5.3.4.6.	Verschiebung, Stauchung, Streckung, Spiegelung	155
5.4.	Rationale Funktionen	156
5.4.1.	Ganzrationale Funktionen	156
5.4.1.1.	Ganzrationale Funktion 1. Grades (lineare Funktion)	156
5.4.1.2.	Ganzrationale Funktion 2. Grades (quadratische Funktion)	157

5.4.1.3.	Ganzrationale Funktion 3. Grades (kubische Funktion)	158
5.4.1.4.	Zerlegung ganzrationaler Funktionen in Linearfaktoren	159
5.4.1.5.	Interpolationsformeln	159
5.4.2.	Potenzfunktionen	163
5.5.	Nichtrationale Funktionen	164
5.5.1.	Wurzelfunktion	164
5.5.2.	Exponentialfunktion	165
5.5.3.	Logarithmische Funktion	167
5.5.4.	Winkelfunktionen (trigonometrische, goniometrische Funktionen)	168
5.5.4.1.	Allgemeines	168
5.5.4.2.	Additionstheoreme (goniometrische Beziehungen)	173
5.5.4.3.	Verschiedene trigonometrische Funktionen, Überlagerung, Multiplikation trigonometrischer Funktionen	177
5.5.5.	Arcusfunktionen, zyklometrische Funktionen	187
5.5.6.	Hyperbelfunktionen	190
5.5.7.	Areafunktionen	196
5.6.	Algebraische Kurven n -ter Ordnung	198
5.7.	Zykloiden (Rollkurven)	201
5.8.	Spirallinien	206
5.9.	Kettenlinie	208
5.10.	Traktrix (Schleppkurve)	209
6.	Geometrie	210
6.1.	Winkel	210
6.2.	Ähnlichkeit	212
6.3.	Bewegungen und Kongruenz	215
6.4.	Dreieck	220
6.4.1.	Schiefwinkliges Dreieck	220
6.4.2.	Rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90^\circ$)	226
6.4.3.	Gleichseitiges Dreieck	228
6.5.	Vierecke	228
6.6.	Vielecke (n -Ecke)	231
6.7.	Kreis	235
6.8.	Geometrische Körper (Stereometrie)	237
6.8.1.	Allgemeines	237

6.8.2.	Ebenflächlich begrenzte Körper	239
6.8.3.	Krummflächlich begrenzte Körper	243
6.9.	Sphärische Trigonometrie, Geometrie der Kugeloberfläche	250
6.9.1.	Allgemeines	250
6.9.2.	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck ($\gamma = 90^\circ$)	252
6.9.3.	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	253
6.9.4.	Grundaufgaben zur Berechnung sphärischer Dreiecke	256
6.9.5.	Mathematische Geographie	256
7.	Vektorrechnung, Analytische Geometrie	259
7.1.	Vektorraum V_n	259
7.2.	Koordinaten	262
7.2.1.	Koordinatensysteme	262
7.2.2.	Koordinatentransformation	266
7.3.	Vektoralgebra	269
7.3.1.	Addition und Subtraktion von Vektoren	269
7.3.2.	Multiplikation von Vektoren	271
7.4.	Punkte, Strecken, Geraden, Ebenen, Dreieck, Tetraeder	275
7.4.1.	Punkte, Strecken	275
7.4.2.	Die Gerade	277
7.4.3.	Zwei Geraden	283
7.4.4.	Die Ebene	288
7.4.5.	Flächen, Körper	293
7.5.	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	295
7.5.1.	Die Ellipse	296
7.5.2.	Der Kreis	305
7.5.3.	Die Parabel	310
7.5.4.	Die Hyperbel	316
7.5.5.	Die allgemeine Gleichung 2. Grades in x und y	325
7.6.	Flächen 2. Ordnung	330
7.6.1.	Das Ellipsoid	330
7.6.2.	Die Kugel	331
7.6.3.	Das Hyperboloid	332
7.6.4.	Der Kegel	334
7.6.5.	Der Zylinder	334
7.6.6.	Das Paraboloid (ohne Symmetriepunkt)	336
7.6.7.	Die allgemeine Gleichung 2. Grades in x, y, z	337
7.7.	Konforme Abbildung	338

8.	Differentialrechnung	344
8.1.	Differentiation von Funktionen mit zwei Variablen	344
8.1.1.	Allgemeines	344
8.1.2.	Ableitungen der elementaren Funktionen	346
8.1.3.	Differentiationsregeln.	347
8.1.4.	Differentiation einer Vektorfunktion	352
8.1.5.	Graphische Differentiation	353
8.1.6.	Numerische Differentiation	353
8.1.7.	Logarithmische Differentiation	354
8.2.	Differentiation von Funktionen mit drei Variablen $z = f(x, y)$	354
8.3.	Mittelwertsätze	356
8.4.	Differentialgeometrie	358
8.4.1.	Ebene Kurven	358
8.4.2.	Raumkurven	366
8.4.3.	Krumme Flächen	373
9.	Vektoranalysis	375
9.1.	Felder	375
9.2.	Gradient eines skalaren Feldes	376
9.3.	Divergenz eines Vektorfeldes	379
9.4.	Rotation eines Vektorfeldes	380
10.	Integralrechnung	383
10.1.	Allgemeines	383
10.2.	Grundintegrale	386
10.3.	Integrationsregeln	388
10.4.	Einige besondere Integrale	397
10.4.1.	Integrale rationaler Funktionen	397
10.4.2.	Integrale irrationaler Funktionen	400
10.4.3.	Integrale trigonometrischer Funktionen	404
10.4.4.	Integrale der Hyperbelfunktionen	409
10.4.5.	Integrale der Exponentialfunktionen	411
10.4.6.	Integrale der logarithmischen Funktionen	412

10.4.7.	Integrale der Arcusfunktionen	413
10.4.8.	Integrale der Areafunktionen	414
10.5.	Einige bestimmte und uneigentliche Integrale ($m, n \in N$)	414
10.6.	Graphische Integration	417
10.7.	Numerische Integration (numerische Quadratur) . .	418
10.8.	Kurvenintegrale	420
10.9.	Flächenintegral	425
10.10.	Raumintegrale	427
10.11.	Anwendungen der Integralrechnung	429
11.	Differentialgleichungen	440
11.1.	Allgemeines	440
11.2.	Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung $F(x, y, y') = 0$	443
11.2.1.	Differentialgleichungen mit trennbaren Variablen .	443
11.2.2.	Gleichgradige Differentialgleichung 1. Ordnung . .	444
11.2.3.	Lineare Differentialgleichung 1. Ordnung	445
11.2.4.	Totale (exakte) Differentialgleichung 1. Ordnung .	447
11.2.5.	Integrierender Faktor (EULERScher Multiplikator) .	448
11.2.6.	BERNOULLISCHE Differentialgleichung	449
11.2.7.	CLAIRAUTSche Differentialgleichung	450
11.2.8.	RICCATISCHE Differentialgleichung	450
11.3.	Gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung . . .	451
11.3.1.	Auf Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückführ- bare Differentialgleichung 2. Ordnung	451
11.3.2.	Homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	454
11.3.3.	Homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	455
11.3.4.	Inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	456
11.3.5.	Inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	460
11.3.6.	BESSELSche Differentialgleichung	462
11.4.	Lineare gewöhnliche Differentialgleichungen n -ter Ordnung	464

11.5.	Integration von Differentialgleichungen durch Potenzreihenansatz	467
11.6.	Numerische Lösung von Differentialgleichungen . . .	468
11.7.	Partielle Differentialgleichungen	469
12.	Unendliche Reihen, Fourier-Reihe, Fourier-Integral, Laplace-Transformation	473
12.1.	Unendliche Reihen	473
12.1.1.	Allgemeines	473
12.1.2.	Summen einiger unendlicher konvergenter Zahlenreihen	475
12.1.3.	Potenzreihen	476
12.1.4.	Reihendarstellung, numerische Berechnung von Reihen	479
12.1.5.	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen . . .	480
12.1.6.	Näherungsformeln	484
12.2.	FOURIER-Reihe, FOURIER-Integral, LAPLACE-Transformation	485
12.2.1.	FOURIER-Reihe	485
12.2.2.	FOURIER-Integral, FOURIER-Transformation . . .	498
12.2.3.	LAPLACE-Transformation	500
13.	Fehlerrechnung, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Ausgleichsrechnung . . .	509
13.1.	Fehlerrechnung	509
13.2.	Wahrscheinlichkeitsrechnung	511
13.2.1.	Allgemeines	511
13.2.2.	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	515
13.2.3.	Diskrete Verteilungsfunktionen	517
13.2.4.	Stetige Verteilungsfunktionen	522
13.3.	Mathematische Statistik	527
13.3.1.	Allgemeines	527
13.3.2.	Mittelwerte (Stichprobenfunktion)	531
13.3.3.	Streuungsmaße	533
13.4.	Ausgleichsrechnung	534
13.5.	Fehlerfortpflanzung für mittlere Fehler	539
13.6.	Lineare Regression, lineare Korrelation	540

14.	Lineare Optimierung	542
14.1.	Allgemeines	542
14.2.	Graphisches Verfahren für zwei Variablen	543
14.3.	Kanonische Form der linearen Optimierung	544
14.4.	Simplexverfahren, Simplexalgorithmus	546
15.	Taschenrechner	550
16.	Lineare kybernetische Systeme	560
16.1.	Allgemeines	560
16.2.	Testfunktionen im Zeitbereich	563
16.2.1.	Sprungfunktion, Übergangsfunktion	563
16.2.2.	Impulsfunktion, Gewichtsfunktion	564
16.3.	Analyse im Bildbereich, Operatorenmethode	566
16.4.	Analyse im Spektralbereich, Frequenzgang	569
16.5.	Zusammenschaltung von Gliedern	571
16.6.	Kennwerte linearer Übertragungsglieder (lineare Modelle)	572
	Sachwortverzeichnis	577