

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Mathematische Zeichen und Symbole . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>2.</b>	<b>Mathematische Logik . . . . .</b>	<b>24</b>
2.1.	Aussagenlogik . . . . .	24
2.1.1.	Allgemeines . . . . .	24
2.1.2.	BOOLESCHE Grundfunktionen . . . . .	25
2.1.3.	Rechengesetze, Rechenregeln . . . . .	28
2.1.4.	Verknüpfungsmöglichkeiten von zwei Eingangs- variablen in lexikographischer Ordnung . . . . .	29
2.1.5.	Normalformen . . . . .	30
2.1.6.	KARNAUGH-Tafel . . . . .	32
2.2.	Prädikatenlogik . . . . .	33
2.2.1.	Allgemeines . . . . .	33
2.2.2.	Axiome, Ableitungsregeln . . . . .	36
<b>3.</b>	<b>Arithmetik . . . . .</b>	<b>38</b>
3.1.	Mengen . . . . .	38
3.1.1.	Grundbegriffe . . . . .	38
3.1.2.	Mengenoperationen . . . . .	40
3.1.3.	Beziehungen, Eigenschaften, Rechenregeln, Abbildung . . . . .	40
3.1.4.	Zahlensysteme . . . . .	43
3.1.5.	Zahlenbereiche . . . . .	44
3.2.	Bereich der reellen Zahlen $P$ . . . . .	47
3.2.1.	Grundoperationen (Rechenoperationen 1. und 2. Stufe) . . . . .	47
3.2.1.1.	Die vier Grundrechenarten . . . . .	47
3.2.1.2.	Proportionen . . . . .	49
3.2.1.3.	Prozentrechnung, Zinsrechnung . . . . .	50
3.2.1.4.	Näherung . . . . .	51
3.2.1.5.	Betrag, Signum . . . . .	51
3.2.1.6.	Summen- und Produktzeichen . . . . .	52
3.2.2.	Potenzen, Wurzeln . . . . .	53
3.2.3.	Logarithmus . . . . .	55
3.2.3.1.	Allgemeines . . . . .	55

3.2.3.2.	Logarithmengesetze . . . . .	56
3.2.3.3.	Logarithmensysteme . . . . .	56
3.2.4.	Binomischer Lehrsatz . . . . .	58
3.3.	Bereich der komplexen Zahlen $\mathcal{C}$ . . . . .	61
3.3.1.	Allgemeines . . . . .	61
3.3.2.	Darstellungsformen komplexer Zahlen . . . . .	62
3.3.3.	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen . . . . .	63
3.3.4.	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen . . . . .	66
3.3.5.	Natürliche Logarithmen von komplexen Zahlen . . . . .	69
3.4.	Kombinatorik . . . . .	70
3.4.1.	Permutationen . . . . .	70
3.4.2.	Variationen . . . . .	72
3.4.3.	Kombinationen . . . . .	72
3.5.	Folgen . . . . .	73
3.5.1.	Allgemeines . . . . .	73
3.5.2.	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge . . . . .	75
3.5.3.	Arithmetische und geometrische Folgen . . . . .	77
3.5.4.	Zinseszins- und Rentenrechnung . . . . .	81
<b>4.</b>	<b>Algebra</b> . . . . .	<b>84</b>
4.1.	Gleichungen, Ungleichungen . . . . .	84
4.1.1.	Allgemeines . . . . .	84
4.1.2.	Lineare algebraische Gleichungen/Ungleichungen . . . . .	86
4.1.2.1.	Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen . . . . .	86
4.1.2.2.	Gleichungen/Ungleichungen mit mehreren Variablen . . . . .	87
4.1.2.3.	Systeme linearer Gleichungen mit mehreren Variablen . . . . .	91
4.2.	Matrizen . . . . .	92
4.2.1.	Allgemeines . . . . .	92
4.2.2.	Matrizengesetze . . . . .	97
4.3.	Austauschverfahren . . . . .	102
4.4.	GAUSSScher Algorithmus . . . . .	105
4.5.	Determinanten . . . . .	110
4.5.1.	Allgemeines . . . . .	110
4.5.2.	Determinantengesetze . . . . .	112
4.5.3.	CRAMERSche Regel, Lösung eines Gleichungssystems . . . . .	115
4.6.	Algebraische Gleichungen (Ungleichungen) höheren Grades . . . . .	116
4.6.1.	Quadratische Gleichung (Ungleichung) mit einer Variablen . . . . .	116

4.6.2.	Quadratische Gleichungen mit zwei Variablen . . .	117
4.6.3.	Kubische Gleichung mit einer Variablen . . . . .	119
4.6.4.	Symmetrische Gleichung 4. Grades . . . . .	121
4.6.5.	Algebraische Gleichungen $n$ -ten Grades . . . . .	122
4.7.	Transzendente Gleichungen . . . . .	124
4.7.1.	Wurzelgleichungen mit einer Variablen . . . . .	124
4.7.2.	Exponentialgleichungen. . . . .	125
4.7.3.	Logarithmische Gleichungen. . . . .	126
4.7.4.	Goniometrische Gleichungen . . . . .	127
4.8.	Näherungsverfahren zur Bestimmung der Wurzeln einer Gleichung . . . . .	129
4.8.1.	Regula falsi (lineare Interpolation, Intervall- schachtelung) . . . . .	129
4.8.2.	Iterationsverfahren. . . . .	130
4.8.3.	NEWTONSches Näherungsverfahren . . . . .	131
4.8.4.	Graphische Lösung von Gleichungen . . . . .	132
<b>5.</b>	<b>Funktionen</b> . . . . .	<b>135</b>
5.1.	Allgemeines . . . . .	135
5.2.	Operationen mit Funktionen . . . . .	140
5.2.1.	Rationale Operationen . . . . .	140
5.2.2.	Operatoren der numerischen Mathematik . . . . .	140
5.3.	Grenzwert, Stetigkeit, Kurvendiskussion . . . . .	141
5.3.1.	Grenzwert . . . . .	141
5.3.2.	Unbestimmte Ausdrücke . . . . .	143
5.3.3.	Stetigkeit einer Funktion . . . . .	146
5.3.4.	Kurvendiskussion . . . . .	147
5.3.4.1.	Verhalten im Unendlichen, Grenzwert des Funktions- wertes für $x \rightarrow \pm \infty$ . . . . .	147
5.3.4.2.	Nullstellen einer Funktion . . . . .	147
5.3.4.3.	Unstetigkeiten . . . . .	148
5.3.4.4.	Lokale Monotonie und Extrema von Funktionen . . . . .	149
5.3.4.5.	Wendepunkt einer Kurve . . . . .	155
5.3.4.6.	Verschiebung, Stauchung, Streckung, Spiegelung . . . . .	155
5.4.	Rationale Funktionen . . . . .	156
5.4.1.	Ganzrationale Funktionen. . . . .	156
5.4.1.1.	Ganzrationale Funktion 1. Grades (lineare Funktion)	156
5.4.1.2.	Ganzrationale Funktion 2. Grades (quadratische Funktion) . . . . .	157

5.4.1.3.	Ganzrationale Funktion 3. Grades (kubische Funktion) . . . . .	158
5.4.1.4.	Zerlegung ganzrationaler Funktionen in Linearfaktoren . . . . .	159
5.4.1.5.	Interpolationsformeln . . . . .	159
5.4.2.	Potenzfunktionen . . . . .	163
5.5.	Nichtrationale Funktionen . . . . .	164
5.5.1.	Wurzelfunktion . . . . .	164
5.5.2.	Exponentialfunktion . . . . .	165
5.5.3.	Logarithmische Funktion . . . . .	167
5.5.4.	Winkelfunktionen (trigonometrische, goniometrische Funktionen) . . . . .	168
5.5.4.1.	Allgemeines . . . . .	168
5.5.4.2.	Additionstheoreme (goniometrische Beziehungen) . . . . .	173
5.5.4.3.	Verschiedene trigonometrische Funktionen, Überlagerung, Multiplikation trigonometrischer Funktionen . . . . .	177
5.5.5.	Arcusfunktionen, zyklometrische Funktionen . . . . .	187
5.5.6.	Hyperbelfunktionen . . . . .	190
5.5.7.	Areafunktionen . . . . .	196
5.6.	Algebraische Kurven $n$ -ter Ordnung . . . . .	198
5.7.	Zykloiden (Rollkurven) . . . . .	201
5.8.	Spirallinien . . . . .	206
5.9.	Kettenlinie . . . . .	208
5.10.	Traktrix (Schleppkurve) . . . . .	209
6.	<b>Geometrie</b> . . . . .	210
6.1.	Winkel . . . . .	210
6.2.	Ähnlichkeit . . . . .	212
6.3.	Bewegungen und Kongruenz . . . . .	215
6.4.	Dreieck . . . . .	220
6.4.1.	Schiefwinkliges Dreieck . . . . .	220
6.4.2.	Rechtwinkliges Dreieck ( $\gamma = 90^\circ$ ) . . . . .	226
6.4.3.	Gleichseitiges Dreieck . . . . .	228
6.5.	Vierecke . . . . .	228
6.6.	Vielecke ( $n$ -Ecke) . . . . .	231
6.7.	Kreis . . . . .	235
6.8.	Geometrische Körper (Stereometrie) . . . . .	237
6.8.1.	Allgemeines . . . . .	237

6.8.2.	Ebenflächig begrenzte Körper . . . . .	239
6.8.3.	Krummflächig begrenzte Körper . . . . .	243
6.9.	Sphärische Trigonometrie, Geometrie der Kugeloberfläche . . . . .	250
6.9.1.	Allgemeines . . . . .	250
6.9.2.	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck ( $\gamma = 90^\circ$ ) . . . . .	252
6.9.3.	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck . . . . .	253
6.9.4.	Grundaufgaben zur Berechnung sphärischer Dreiecke . . . . .	256
6.9.5.	Mathematische Geographie . . . . .	256
<b>7.</b>	<b>Vektorrechnung, Analytische Geometrie . . . . .</b>	<b>259</b>
7.1.	Vektorraum $V_n$ . . . . .	259
7.2.	Koordinaten . . . . .	262
7.2.1.	Koordinatensysteme . . . . .	262
7.2.2.	Koordinatentransformation . . . . .	266
7.3.	Vektoralgebra . . . . .	269
7.3.1.	Addition und Subtraktion von Vektoren . . . . .	269
7.3.2.	Multiplikation von Vektoren . . . . .	271
7.4.	Punkte, Strecken, Geraden, Ebenen, Dreieck, Tetraeder . . . . .	275
7.4.1.	Punkte, Strecken . . . . .	275
7.4.2.	Die Gerade . . . . .	277
7.4.3.	Zwei Geraden . . . . .	283
7.4.4.	Die Ebene . . . . .	288
7.4.5.	Flächen, Körper . . . . .	293
7.5.	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte) . . . . .	295
7.5.1.	Die Ellipse . . . . .	296
7.5.2.	Der Kreis . . . . .	305
7.5.3.	Die Parabel . . . . .	310
7.5.4.	Die Hyperbel . . . . .	316
7.5.5.	Die allgemeine Gleichung 2. Grades in $x$ und $y$ . . . . .	325
7.6.	Flächen 2. Ordnung . . . . .	330
7.6.1.	Das Ellipsoid . . . . .	330
7.6.2.	Die Kugel. . . . .	331
7.6.3.	Das Hyperboloid. . . . .	332
7.6.4.	Der Kegel. . . . .	334
7.6.5.	Der Zylinder . . . . .	334
7.6.6.	Das Paraboloid (ohne Symmetriepunkt). . . . .	336
7.6.7.	Die allgemeine Gleichung 2. Grades in $x, y, z$ . . . . .	337
7.7.	Konforme Abbildung . . . . .	338

<b>8.</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>344</b>
8.1.	Differentiation von Funktionen mit zwei Variablen	344
8.1.1.	Allgemeines	344
8.1.2.	Ableitungen der elementaren Funktionen	346
8.1.3.	Differentiationsregeln.	347
8.1.4.	Differentiation einer Vektorfunktion	352
8.1.5.	Graphische Differentiation	353
8.1.6.	Numerische Differentiation	353
8.1.7.	Logarithmische Differentiation	354
8.2.	Differentiation von Funktionen mit drei Variablen $z = f(x, y)$	354
8.3.	Mittelwertsätze	356
8.4.	Differentialgeometrie	358
8.4.1.	Ebene Kurven	358
8.4.2.	Raumkurven	366
8.4.3.	Krumme Flächen	373
<b>9.</b>	<b>Vektoranalysis</b>	<b>375</b>
9.1.	Felder	375
9.2.	Gradient eines skalaren Feldes	376
9.3.	Divergenz eines Vektorfeldes	379
9.4.	Rotation eines Vektorfeldes	380
<b>10.</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>383</b>
10.1.	Allgemeines	383
10.2.	Grundintegrale	386
10.3.	Integrationsregeln	388
10.4.	Einige besondere Integrale	397
10.4.1.	Integrale rationaler Funktionen	397
10.4.2.	Integrale irrationaler Funktionen	400
10.4.3.	Integrale trigonometrischer Funktionen	404
10.4.4.	Integrale der Hyperbelfunktionen	409
10.4.5.	Integrale der Exponentialfunktionen	411
10.4.6.	Integrale der logarithmischen Funktionen	412

10.4.7.	Integrale der Arcusfunktionen . . . . .	413
10.4.8.	Integrale der Areafunktionen . . . . .	414
10.5.	Einige bestimmte und uneigentliche Integrale ( $m, n \in N$ ) . . . . .	414
10.6.	Graphische Integration . . . . .	417
10.7.	Numerische Integration (numerische Quadratur) . .	418
10.8.	Kurvenintegrale . . . . .	420
10.9.	Flächenintegral . . . . .	425
10.10.	Raumintegrale . . . . .	427
10.11.	Anwendungen der Integralrechnung . . . . .	429
<b>11.</b>	<b>Differentialgleichungen . . . . .</b>	<b>440</b>
11.1.	Allgemeines . . . . .	440
11.2.	Gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung $F(x, y, y') = 0$ . . . . .	443
11.2.1.	Differentialgleichungen mit trennbaren Variablen .	443
11.2.2.	Gleichgradige Differentialgleichung 1. Ordnung . .	444
11.2.3.	Lineare Differentialgleichung 1. Ordnung . . . . .	445
11.2.4.	Totale (exakte) Differentialgleichung 1. Ordnung . .	447
11.2.5.	Integrierender Faktor (EULERScher Multiplikator) .	448
11.2.6.	BERNOULLISCHE Differentialgleichung . . . . .	449
11.2.7.	CLAIRAUTSche Differentialgleichung . . . . .	450
11.2.8.	RICCATISCHE Differentialgleichung . . . . .	450
11.3.	Gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung . . .	451
11.3.1.	Auf Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückführ- bare Differentialgleichung 2. Ordnung . . . . .	451
11.3.2.	Homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	454
11.3.3.	Homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten . . . . .	455
11.3.4.	Inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten . . . . .	456
11.3.5.	Inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten . . . . .	460
11.3.6.	BESSELSche Differentialgleichung . . . . .	462
11.4.	Lineare gewöhnliche Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung . . . . .	464

11.5.	Integration von Differentialgleichungen durch Potenzreihenansatz . . . . .	467
11.6.	Numerische Lösung von Differentialgleichungen . . .	468
11.7.	Partielle Differentialgleichungen . . . . .	469
<b>12.</b>	<b>Unendliche Reihen, Fourier-Reihe, Fourier-Integral, Laplace-Transformation . . . . .</b>	<b>473</b>
12.1.	Unendliche Reihen . . . . .	473
12.1.1.	Allgemeines . . . . .	473
12.1.2.	Summen einiger unendlicher konvergenter Zahlenreihen . . . . .	475
12.1.3.	Potenzreihen . . . . .	476
12.1.4.	Reihendarstellung, numerische Berechnung von Reihen . . . . .	479
12.1.5.	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen . . .	480
12.1.6.	Näherungsformeln . . . . .	484
12.2.	FOURIER-Reihe, FOURIER-Integral, LAPLACE-Transformation . . . . .	485
12.2.1.	FOURIER-Reihe . . . . .	485
12.2.2.	FOURIER-Integral, FOURIER-Transformation . . .	498
12.2.3.	LAPLACE-Transformation . . . . .	500
<b>13.</b>	<b>Fehlerrechnung, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Ausgleichsrechnung . . .</b>	<b>509</b>
13.1.	Fehlerrechnung . . . . .	509
13.2.	Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	511
13.2.1.	Allgemeines . . . . .	511
13.2.2.	Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	515
13.2.3.	Diskrete Verteilungsfunktionen . . . . .	517
13.2.4.	Stetige Verteilungsfunktionen . . . . .	522
13.3.	Mathematische Statistik . . . . .	527
13.3.1.	Allgemeines . . . . .	527
13.3.2.	Mittelwerte (Stichprobenfunktion) . . . . .	531
13.3.3.	Streuungsmaße . . . . .	533
13.4.	Ausgleichsrechnung . . . . .	534
13.5.	Fehlerfortpflanzung für mittlere Fehler . . . . .	539
13.6.	Lineare Regression, lineare Korrelation . . . . .	540

---

<b>14.</b>	<b>Lineare Optimierung</b> . . . . .	<b>542</b>
14.1.	Allgemeines . . . . .	542
14.2.	Graphisches Verfahren für zwei Variablen . . . . .	543
14.3.	Kanonische Form der linearen Optimierung . . . . .	544
14.4.	Simplexverfahren, Simplexalgorithmus . . . . .	546
<b>15.</b>	<b>Taschenrechner</b> . . . . .	<b>550</b>
<b>16.</b>	<b>Lineare kybernetische Systeme</b> . . . . .	<b>560</b>
16.1.	Allgemeines . . . . .	560
16.2.	Testfunktionen im Zeitbereich . . . . .	563
16.2.1.	Sprungfunktion, Übergangsfunktion . . . . .	563
16.2.2.	Impulsfunktion, Gewichtsfunktion . . . . .	564
16.3.	Analyse im Bildbereich, Operatorenmethode . . . . .	566
16.4.	Analyse im Spektralbereich, Frequenzgang . . . . .	569
16.5.	Zusammenschaltung von Gliedern . . . . .	571
16.6.	Kennwerte linearer Übertragungsglieder (lineare Modelle) . . . . .	572
<b>Sachwortverzeichnis</b>	. . . . .	<b>577</b>