

Inhalt

Einleitung	10
1. Kurze Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	12
1.1 Grundbegriffe	12
1.1.1 Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	12
1.1.2 Das Additionsgesetz	14
1.1.3 Das Multiplikationsgesetz	17
1.1.3.1 Voneinander unabhängige Zufallereignisse	17
1.1.3.2 Voneinander abhängige Zufallereignisse	20
1.1.4 Der axiomatische Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung	21
1.2 Verteilungs- und Dichtefunktionen	24
1.2.1 Zufallsgrößen und Verteilungsfunktionen	24
1.2.1.1 Diskrete Zufallsgrößen	24
1.2.1.2 Die Verteilungsfunktion	26
1.2.1.3 Stetige Zufallsgrößen und deren Verteilungsfunktionen	29
1.2.2 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen	31
1.2.2.1 Definition und Eigenschaften	31
1.2.2.2 Beispiele	33
1.2.2.3 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen diskreter Zufallsgrößen	36
1.3 Erwartungswerte	38
1.3.1 Mittelwert und Streuung einer diskreten Zufallsgröße	38
1.3.2 Mittelwert und Streuung einer stetigen Zufallsgröße	44
1.3.3 Erwartungswerte einer Funktion einer Zufallsgröße	49
1.3.4 Weitere Kennwerte einer Zufallsgröße	51
1.3.5 Die Tschebyscheff'sche Ungleichung	52
1.4 Mehrdimensionale Zufallsgrößen	54
1.4.1 Zusammenstellung bereits abgeleiteter Ergebnisse und einige Erweiterungen	54
1.4.1.1 Verteilungs- und Dichtefunktionen	54
1.4.1.2 Funktionen von mehrdimensionalen Zufallsgrößen	55
1.4.2 Der Korrelationskoeffizient	58
1.4.3 Die n-dimensionale Normalverteilung	63

1.5	Summen von Zufallsgrößen	65
1.5.1	Mittelwert und Streuung einer Summe von Zufallsgrößen	65
1.5.2	Charakteristische Funktionen	66
1.5.2.1	Charakteristische Funktionen eindimensionaler Zufallsgrößen	67
1.5.2.2	Charakteristische Funktionen mehrdimensionaler Zufallsgrößen	69
1.5.3	Die Ermittlung der Dichtefunktion einer Summe von Zufallsgrößen	71
1.5.3.1	Dichtefunktionen von mit Faktoren multiplizierten Zufallsgrößen	71
1.5.3.2	Die Dichtefunktion von Summen	73
1.5.3.3	Summen normalverteilter Zufallsgrößen	75
1.5.4	Eine Anwendung zur Berechnung der Genauigkeit von Meßergebnissen	76
1.6	Ergänzende Ausführungen	80
1.6.1	Der zentrale Grenzwertsatz	80
1.6.2	Stochastische Konvergenz	83
2.	Zufällige Signale	85
2.1	Grundbegriffe und einführende Beispiele	85
2.1.1	Der Begriff des Zufallssignales	85
2.1.2	Beispiele für zufällige Signale	87
2.1.2.1	Ein zeit- und wertediskretes Zufallssignal	87
2.1.2.2	Ein wertediskretes und zeitkontinuierliches Zufallssignal	91
2.1.2.3	Ein normalverteiltes periodisches Zufallssignal	94
2.2	Differentiation und Integration von Zufallssignalen	98
2.2.1	Die Definition der Stetigkeit bei zufälligen Signalen	98
2.2.2	Die Differentiation von Zufallssignalen	101
2.2.3	Die Integration von Zufallssignalen	104
2.3	Stationäre und ergodische Zufallssignale	109
2.3.1	Zeitmittelwerte	109
2.3.2	Erklärung der Begriffe stationär und ergodisch	114
2.3.2.1	Stationäre Zufallssignale	114
2.3.2.2	Ergodische Zufallssignale	117

2.3.3	Bemerkungen und Hinweise zum Beweis des Ergodentheorems	118
2.3.4	Beispiele ergodischer Zufallsprozesse	122
2.3.5	Bemerkungen zur Erzeugung stationärer ergodischer Zufallssignale	130
3	Die Kennzeichnung stationärer Zufallsprozesse durch Korrelationsfunktionen	132
3.1	Vorbemerkungen und Voraussetzungen	132
3.2	Eigenschaften von Autokorrelationsfunktionen	133
3.2.1	Zusammenstellung von elementaren Eigenschaften	133
3.2.2	Weitere Eigenschaften von Autokorrelationsfunktionen	137
3.2.3	Beispiele für Autokorrelationsfunktionen	139
3.2.4	Die Autokorrelationsfunktion bei weißem Rauschen	144
3.3	Kreuzkorrelationsfunktionen	146
3.3.1	Definition und Eigenschaften	146
3.3.2	Beispiele für Kreuzkorrelationsfunktionen	149
3.4	Die Messung von Korrelationsfunktionen	153
3.4.1	Echtzeitkorrelatoren	153
3.4.2	Numerische Korrelationsmessungen	155
3.4.3	Bemerkungen zur Wahl der Integrationsdauer bei der Messung von Korrelationsfunktionen	156
3.5	Korrelationsfunktionen periodischer Signale	158
3.5.1	Vorbemerkungen	158
3.5.2	Zusammenstellung einiger Ergebnisse	158
3.6	Die Erkennung stark gestörter periodischer Signale	163
3.6.1	Vorbemerkungen und Voraussetzungen	163
3.6.2	Die Ermittlung der Periodendauer	164
3.6.3	Die Ermittlung der Signalform	169

4.	Die Beschreibung von Zufallssignalen im Frequenzbereich	174
4.1	Die spektrale Leistungsdichte	174
4.1.1	Die Definition als Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion	174
4.1.2	Die Definition der spektralen Leistungsdichte als Zeitmittelwert	177
4.2	Zusammenstellung von Eigenschaften der spektralen Leistungsdichte und einige Folgerungen	182
4.3	Beispiele für spektrale Leistungsdichten	187
4.3.1	Die spektrale Leistungsdichte bei weißem Rauschen	187
4.3.2	Weitere Beispiele	190
4.4	Die Kreuzleistungsdichte	193
4.5	Die Beschreibung von zeitdiskreten Zufallssignalen im Frequenzbereich	194
5	Lineare Systeme mit zufälligen Eingangssignalen	199
5.1	Die statistischen Eigenschaften von Systemreaktionen bei zufälligen Eingangssignalen	199
5.1.1	Vorbemerkungen	199
5.1.2	Mittelwert und Autokorrelationsfunktion der Systemreaktion beim Einschwingvorgang	201
5.1.3	Die statistischen Kennwerte von Systemreaktionen im eingeschwungenen Zustand	205
5.1.3.1	Mittelwert und Autokorrelationsfunktion	205
5.1.3.2	Die Zusammenhänge im Frequenzbereich	208
5.1.3.3	Beispiele	210
5.1.3.4	Zeitdiskrete Systeme mit zufälligen Eingangssignalen	219
5.2	Kreuzkorrelationsfunktion und Kreuzleistungsdichte zwischen Ein- und Ausgangssignalen linearer Systeme	224
5.2.1	Die Kreuzkorrelationsfunktion während des Einschwingverhaltens	224
5.2.2	Die Berechnung der Kreuzkorrelationsfunktion im eingeschwungenen Zustand	225
5.2.3	Die Berechnung der Kreuzleistungsdichte	228

5.2.4	Eine Meßmethode zur Messung der Impulsantwort	231
5.2.5	Die Kreuzkorrelationsfunktion bei zeitdiskreten Systemen	234
5.3	Eine Zusammenstellung von Ergebnissen	236
5.4	Formfilter	238
5.5	Optimale Suchfilter	244
5.5.1	Die Aufgabenstellung	244
5.5.2	Die Lösung bei weißem Rauschen	246
5.5.3	Die Lösung im allgemeinen Fall	253
5.6	Bemerkungen zum Wiener'schen Optimalfilter	257
Anhang: Systemtheoretische Grundlagen		261
A 1	Wichtige Grundlagen	261
A 1.1	Die Impulsfunktion oder der Dirac-Impuls	261
A 1.2	Lineare Systeme	266
A 2	Fourier- und Laplace-Transformation und einige Anwendungen	275
A 2.1	Die Fourier-Transformation	275
A 2.2	Die Laplace-Transformation	285
A 3	Zeitdiskrete Signale und Systeme	291
A 3.1	Bemerkungen zu den Signalen	291
A 3.2	Lineare zeitinvariante zeitdiskrete Systeme	291
A 3.3	Die z-Transformation	295
A 4	Korrespondenzen	299
A 4.1	Fourier-Transformation	299
A 4.2	Laplace-Transformation	300
A 4.3	z-Transformation	300
Verzeichnis der wichtigsten Formalzeichen		301
Literaturverzeichnis		302
Sachregister		303