

	Seite
1. Grundlagen der Elastizitäts- und Plastizitätstheorie	1
1.1.    Mechanische Eigenschaften von metallischen Konstruktionswerkstoffen	1
1.2.    Der Spannungszustand	9
1.3.    Der Formänderungszustand	15
1.4.    Stoffgesetze	20
1.4.1.  Das HOOKEsche Gesetz	21
1.4.2.  Fließkriterien	21
1.4.3.  Formänderungsgesetze für elastisch-plastisches Materialverhalten	25
1.4.3.1. Das finite Formänderungsgesetz	26
1.4.3.2. Das differentielle Formänderungsgesetz	30
1.4.3.3. Schlußfolgerungen	32
Literaturverzeichnis zum Abschnitt 1.	35
2. Mathematische Grundlagen der Differenzenverfahren	37
2.1.    Differenzenverfahren bei Rand- und Eigen- wertproblemen gewöhnlicher Differentialglei- chungen und zugeordneter Variationsprobleme	37
2.1.1. Allgemeines zur Diskretisierung durch finite Differenzen	37
2.1.2. Ersetzen der Ableitungen durch Differenzen- quotienten	38
2.1.3. Das einfache Differenzenverfahren (DV 1)	43
2.1.4. Beispiele für die Anwendung von DV 1	45
2.1.4.1. Randwertproblem der allgemeinen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung	45
2.1.4.2. Randwertproblem der allgemeinen linearen Differentialgleichung 4. Ordnung	48
2.1.4.3. Eigenwertprobleme	50
2.1.4.4. Genauigkeitssteigerungen mit der RICHARDSON- Extrapolation	51
2.1.4.5. Technische Anwendungen	52
2.1.5. Differenzenverfahren höherer Annäherung	58

	Seite
2.1.6. Beispiele für die Anwendung von DV 3	62
2.1.6.1. Randwertproblem der allgemeinen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung	62
2.1.6.2. Randwertproblem der allgemeinen linearen Differentialgleichung 4. Ordnung	64
2.1.6.3. Technische Anwendungen	65
2.1.7. Das Mehrstellenverfahren	68
2.1.8. Differentialgleichung und Variationsproblem	71
2.1.8.1. Allgemeines	71
2.1.8.2. Die allgemeine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	72
2.1.8.3. Die allgemeine lineare Differentialgleichung 4. Ordnung	73
2.1.9. Differenzenvariationsverfahren	76
2.1.9.1. Allgemeines	76
2.1.9.2. Gewöhnliches Differenzenvariationsverfahren (DVV 1)	78
2.1.9.3. Differenzenvariationsverfahren höherer Annäherung	80
2.2. Differenzenverfahren bei Rand- und Eigenwertproblemen partieller Differentialgleichungen und zugeordneter Variationsprobleme	83
2.2.1. Allgemeines zur Diskretisierung durch finite Differenzen	83
2.2.2. Das einfache Differenzenverfahren (DV 1)	86
2.2.2.1. Differenzenausdrücke für allgemeine Rechtecknetze und Netze mit äquidistanten Abständen	86
2.2.3. Beispiele für die Anwendung von DV 1	92
2.2.3.1. Elliptische partielle DGL 2. Ordnung	92
2.2.3.2. Elliptische partielle DGL 4. Ordnung	93
2.2.3.3. Eigenwertprobleme	93
2.2.3.4. Technische Anwendungen	94
2.2.4. Differenzenverfahren höherer Annäherung (DV 3)	97
2.2.4.1. Differenzenausdrücke für Rechtecknetze	97
2.2.5. Beispiele für die Anwendung von DV 3	98
2.2.5.1. Elliptische partielle DGL 2. und 4. Ordnung	98

	Seite
2.2.5.2. Technische Anwendungen	100
2.2.6. Die Mehrstellenverfahren (MSTV)	102
2.2.7. Differentialgleichung und Variationsproblem	109
2.2.7.1. Allgemeines	109
2.2.7.2. Randwertprobleme 2. Ordnung	110
2.2.7.3. Randwertprobleme 4. Ordnung	113
2.2.8. Differenzenvariationsverfahren (DVV)	114
2.2.8.1. Allgemeines	114
2.2.8.2. Gewöhnliches Differenzenvariationsverfahren (DVV 1)	117
2.2.8.3. Differenzenvariationsverfahren höherer Annä- herung (DVV 3)	118
2.2.9. Zurückführung auf eindimensionale Probleme	118
2.2.10. Diskretisierungsgüte, Stabilität, Fehlerschran- ken und Abschätzungen	122
2.2.10.1. Zur Diskretisierungsgüte	122
2.2.10.2. Zur Stabilität	123
2.2.10.3. Fehlerschranken und Abschätzungen	125
2.3. Transformation auf andere Koordinatensysteme	126
2.3.1. Endliche Differenzen in Polarkoordinaten	126
2.3.2. Erfassung gekrümmter Ränder	128
Literaturverzeichnis zum Abschnitt 2.	132
3. Anwendungen des Differenzenverfahrens bei der Lösung von Stab- und Plattenproblemen	135
3.1. Statische Stabprobleme	135
3.1.1. Einleitende Bemerkungen, Grundgleichungen	135
3.1.2. Moment - Krümmung - Beziehungen	137
3.1.3. Probleme der Konvergenz des Iterations- verfahrens	144
3.1.4. Berechnung der Biegelinie des Balkens $w(x_1)$	145
3.1.5. Die Randbedingungen	147
3.1.6. Ein Anwendungsbeispiel	148
3.2. Dynamische Stabprobleme	153
3.2.1. Einführung	153

	Seite	
3.2.2.	Die Differentialgleichung der freien Querschwingungen von TIMOSHENKO-Balken	153
3.2.3.	Berechnung der Eigenfrequenzen von EULER- und TIMOSHENKO-Balken mittels verschiedener Differenzenverfahren	159
3.3.	Statische Plattenprobleme	171
3.3.1.	Die Plattengleichungen	171
3.3.1.1.	Allgemeine vereinfachende Annahmen	171
3.3.1.2.	Die Verträglichkeitsbedingung	173
3.3.1.3.	Die Gleichgewichtsbedingungen	175
3.3.1.4.	Randbedingungen	180
3.3.2.	Anwendungen	181
3.3.2.1.	Platten mit elastischem Materialverhalten	182
3.3.2.2.	Platten im elastisch-plastischen Bereich	198
3.3.2.2.1.	Die Erfassung physikalischer Nichtlinearitäten	198
3.3.2.2.2.	Einige Bemerkungen zur Genauigkeit	212
3.3.3.	Berechnung von Temperaturfeldern nach dem Differenzenverfahren	217
3.4.	Eigenschwingungen von Platten	223
3.4.1.	Mathematische Formulierungen für versteifte und unversteifte Rechteckplatten mit und ohne Öffnungen	223
3.4.1.1.	Einleitung	223
3.4.1.2.	Differentialgleichungen und Randbedingungen von isotropen Platten	223
3.4.1.3.	Differentialgleichungen und Randbedingungen von versteiften Platten	227
3.4.2.	Lösungsalgorithmen des Differenzenverfahrens für DGL - Formulierungen	233
3.4.2.1.	Die isotrope Platte	233
3.4.2.2.	Die isotrope Platte mit Stützungen	242
3.4.2.3.	Die isotrope Platte mit Rechteckausschnitten	243
3.4.2.4.	Die versteifte Platte	244
3.4.3.	Numerische Ergebnisse	250
	Literaturverzeichnis zum Abschnitt 3.	259

	Seite
<b>4. Rechentechnische Realisierungen</b>	<b>267</b>
4.1. Numerische Probleme und Anwendungsempfehlungen einzelner Differenzenverfahren	267
4.1.1. Das gewöhnliche Differenzenverfahren (DV 1)	267
4.1.2. Differenzenverfahren höherer Annäherung (DV 3)	269
4.1.3. Die Mehrstellenverfahren (MSTV)	270
4.1.4. Differenzenvariationsverfahren(DVV 1, DVV 3)	271
4.1.5. Versuch einer Wertung der Differenzenmethoden	274
4.2. Statische Probleme bei Platten	275
4.2.1. Rechenprogramm zur Ermittlung der Tragfähigkeit isotroper Platten mit Versteifungen im elastisch-plastischen Bereich auf der Basis von DV 1	275
4.3. Dynamische Probleme bei Platten	284
4.3.1. Rechenprogramm zur Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen von isotropen Platten mit Versteifungen auf der Basis von DV 1	284
Literaturverzeichnis zum Abschnitt 4.	288
<b>Anhang A: Ausgewählte mathematische Begriffe und Verfahren</b>	<b>289</b>
1. Einführung	289
2. Die Indexschreibweise	290
3. Einige Regeln der Tensorrechnung	292
4. Grundbegriffe der Matrizenrechnung	292
4.1. Definition von Matrix und Vektor	292
4.2. Spezielle Matrizen	293
4.3. Lineare Gleichungssysteme	295
4.4. Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme	295
4.5. Eigenwertprobleme bei Matrizen	296
4.6. Methoden zur Eigenwertberechnung von Matrizen	296
5. Anwendungsbeispiel	297
Literatur zum Anhang A	298
<b>Anhang B: Variationsformulierungen in der Festkörpermechanik</b>	
1. Einführung	299
2. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen	299
3. Das Prinzip vom stationären Wert der potentiellen Energie	302

4. Variationsformulierung für freie ungedämpfte Schwingungen	304
5. Beispiele	305
5.1. Das Potential eines axial belasteten, elastisch gelagerten Balkens	305
5.2. Das Potential der freien ungedämpften Schwingungen des TIMOSHENKO-Balkens	306
Literatur zum Anhang B	307
Sachwortverzeichnis	308