

Inhaltsverzeichnis

Historische Übersicht und Einleitung	15
1. Mathematische Grundlagen	25
1.1. Elementarmathematische Vorkenntnisse	26
1.1.1. Reelle Zahlen	26
1.1.1.1. Der Bereich der reellen Zahlen	26
1.1.1.2. Arithmetische Grundoperationen	29
1.1.1.3. Weitere Grundoperationen	31
1.1.2. Summen- und Produktzeichen	35
1.1.2.1. Der Index	35
1.1.2.2. Summenzeichen	36
Aufgaben	38
1.1.2.3. Produktzeichen	39
Aufgaben.	40
1.1.3. Gleichungen und Ungleichungen	41
1.1.3.1. Grundbegriffe für Gleichungen	41
1.1.3.2. Lineare Gleichungen mit einer Variablen	44
Aufgaben	45
1.1.3.3. Prozentrechnung	46
Aufgaben.	47
1.1.3.4. Zinsrechnung	47
Aufgaben	48

1.1.3.5.	Quadratische Gleichungen	48
	Aufgaben	50
1.1.3.6.	Grundbegriffe für Ungleichungen	50
1.1.3.7.	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	54
	Aufgaben	55
1.1.3.8.	Lineare Ungleichungssysteme mit einer Variablen	55
	Aufgaben	56
1.1.4.	Analytische Geometrie der Ebene	57
1.1.4.1.	Punkt und Koordinatensystem	57
1.1.4.2.	Strecke	59
1.1.4.3.	Gerade	59
1.1.4.4.	Spezielle Formen von Geradengleichungen	60
1.1.4.5.	Schnittpunkt von zwei Geraden	64
1.1.4.6.	Schnittwinkel von zwei Geraden.	65
1.1.4.7.	Drei Geraden	67
1.1.4.8.	Halbebenen	68
1.1.4.9.	Lineare Ungleichungssysteme	70
	Aufgaben	71
1.1.5.	Funktionen einer Variablen	72
1.1.5.1.	Der Funktionsbegriff	72
1.1.5.2.	Ganze rationale Funktionen und Wurzelfunktionen	74
1.1.5.3.	Gebrochene rationale Funktionen	76
1.1.5.4.	Exponentialfunktionen und logarithmische Funktionen	77
1.1.5.5.	Trigonometrische Funktionen	80
	Aufgaben	82
1.2.	Einführung in die Logik	84
1.2.1.	Aussagen, Aussageformen	84
1.2.1.1.	Aussagen	84
1.2.1.2.	Aussageformen	85
	Aufgaben.	86
1.2.2.	Aussagenverbindungen	86
1.2.2.1.	Einfache Aussagenverbindungen	87
1.2.2.2.	Wahrheitstabelle	87
1.2.2.3.	n -stellige Aussagenverbindungen	90
1.2.2.4.	Verbindungen von Aussageformen	92
1.2.2.5.	Gleichwertigkeit von Aussagenverbindungen	93
1.2.2.6.	Tautologien und Kontradiktionen	94
	Aufgaben	95
1.2.3.	Logische Schlüsse	95

1.2.3.1.	Die Abtrennungsregel	95
1.2.3.2.	Die Kettenschlußregel	96
1.2.3.3.	Der indirekte Beweis.	97
1.2.3.4.	Die Methode der vollständigen Induktion	97
	Aufgaben	98
1.2.4.	Bemerkungen zur Schaltalgebra	99
1.3.	Grundbegriffe der Mengenlehre	101
1.3.1.	Menge und Teilmenge	101
1.3.2.	Mengenoperationen	104
	Aufgaben	107
1.3.3.	Produktmengen und Relationsbegriff.	109
	Aufgaben	111
1.3.4.	Abbildungen	112
1.3.4.1.	Abbildungsbegriff	112
	Aufgaben	115
1.3.4.2.	Funktionen reeller Variablen	116
	Aufgaben.	124
1.3.4.3.	Interpolation	124
	Aufgaben.	130
1.4.	Komplexe Zahlen	131
1.4.1.	Begriffe und Rechenregeln	131
1.4.2.	Gaußsche Zahlenebene, trigonometrische Darstellung	133
1.4.3.	Potenzieren und Radizieren	134
	Aufgaben.	135
1.5.	Kombinatorik.	136
1.5.1.	Problemstellung.	136
1.5.2.	Permutationen	137
1.5.2.1.	Permutationen ohne Wiederholung	137
1.5.2.2.	Permutationen mit Wiederholung	139
	Aufgaben.	140
1.5.3.	Variationen.	140
1.5.3.1.	Variationen ohne Wiederholung.	140
1.5.3.2.	Variationen mit Wiederholung	142
	Aufgaben.	142
1.5.4.	Kombinationen	143
1.5.4.1.	Kombinationen ohne Wiederholung	143

1.5.4.2.	Kombinationen mit Wiederholung	147
	Aufgaben.	149
1.5.5.	Binomialsatz	149
1.5.5.1.	Binomialkoeffizienten	149
1.5.5.2.	Binomischer Lehrsatz	150
	Aufgaben.	152
2.	Lineare Algebra	155
2.1.	Matrizen	158
2.1.1.	Matrixbegriff und spezielle Matrizen	158
	Aufgaben.	163
2.1.2.	Matrizenrelationen	166
2.1.2.1.	Gleichheit von Matrizen	166
2.1.2.2.	Ungleichheit von Matrizen	167
	Aufgaben.	169
2.1.3.	Matrizenoperationen.	170
2.1.3.1.	Transponieren	170
	Aufgaben.	172
2.1.3.2.	Matrizenaddition und -subtraktion	172
	Aufgaben.	174
2.1.3.3.	Multiplikation einer Matrix mit einem Skalar	176
	Aufgaben.	178
2.1.3.4.	Multiplikation eines Zeilenvektors mit einem Spaltenvektor (Skalarprodukt)	180
	Aufgaben.	181
2.1.3.5.	Multiplikation von Matrizen	182
	Aufgaben.	189
2.1.4.	Ökonomische Anwendungen	191
	Aufgaben.	197
2.2.	Lineare Gleichungssysteme	199
2.2.1.	Begriff des linearen Gleichungssystems	199
2.2.2.	Umformung linearer Gleichungssysteme (Basistransformation).	203
2.2.2.1.	Umformung linearer Gleichungssysteme in die kanonische Form	203
	Aufgaben.	211
2.2.2.2.	Übergang von einer kanonischen Form in eine andere kanonische Form	211
2.2.3.	Lösung linearer Gleichungssysteme	213
	Aufgaben.	216

2.2.4.	Ökonomische Anwendungen	217
	Aufgaben.	221
2.3.	Linearkombinationen und konvexe Mengen	222
2.3.1.	Geometrische Interpretation von Vektoren	222
2.3.2.	Linearkombination von Vektoren	224
	Aufgaben.	231
2.3.3.	Lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit von Vektoren	233
	Aufgaben.	237
2.3.4.	Konvexe Mengen	238
2.3.5.	Ökonomische Anwendungen	245
2.4.	Matrizeninversion und Matrizengleichungen	247
2.4.1.	Rang einer Matrix	247
	Aufgaben.	250
2.4.2.	Matrizeninversion	250
	Aufgaben.	253
2.4.3.	Matrizengleichungen	253
	Aufgaben.	258
2.4.4.	Ökonomische Anwendungen	259
	Aufgaben.	261
2.5.	Lineare Ungleichungssysteme	262
2.5.1.	Begriff des linearen Ungleichungssystems	262
2.5.2.	Lineare Ungleichungssysteme mit einer Variablen	269
2.5.3.	Graphische Lösung linearer Ungleichungssysteme	270
	Aufgaben.	273
2.5.4.	Rechnerische Lösung des normalen linearen Ungleichungs- systems mit beschränkter Lösungsmenge	274
	Aufgaben.	282
2.5.5.	Ökonomische Anwendungen	282
	Aufgaben.	285
2.6.	Determinanten	286
2.6.1.	Begriff der Determinante	286
	Aufgaben	292
2.6.2.	Definitheit quadratischer Formen	292
	Aufgaben.	294
2.6.3.	Eigenwerte von Matrizen	294
	Aufgaben.	298

3. Analysis	299
3.1. Analysis und Ökonomie	301
3.2. Zahlenfolgen und -reihen	303
3.2.1. Problemstellung und Ziele; Bedeutung für die Praxis	303
Aufgaben	304
3.2.2. Zahlenfolgen	304
3.2.2.1. Begriff der Zahlenfolge und ihre einfachsten Eigenschaften	304
Aufgaben	308
3.2.2.2. Grenzwert und Konvergenz.	308
Aufgaben	312
3.2.2.3. Eigenschaften konvergenter Zahlenfolgen und Rechengesetze	312
Aufgaben	316
3.2.2.4. Anwendungen von Zahlenfolgen	316
Aufgaben	318
3.2.3. Zahlenreihen	319
3.2.3.1. Grundbegriffe und Beispiele	319
Aufgaben	321
3.2.3.2. Konvergenzkriterien für Reihen	321
Aufgaben	323
3.3. Differentialrechnung für Funktionen einer reellen Variablen	324
3.3.1. Problemstellung und Ziele; praktische Beispiele	324
3.3.2. Grenzwert und Konvergenz.	326
Aufgaben	330
3.3.3. Stetigkeit	331
Aufgaben	333
3.3.4. Differenzen- und Differentialquotient (Ableitung)	333
3.3.4.1. Grundbegriffe und Differentiationsregeln	334
Aufgaben	340
3.3.4.2. Differential und Differenzierbarkeit	341
Aufgaben	343
3.3.4.3. Anwendungen von Differenzen- und Differentialquotient bei Untersuchungen von Wachstum und Zusammenhängen ökonomischer Kennziffern	343
Aufgaben	348
3.3.5. Untersuchungen von Funktionen mit Hilfe ihrer Ableitung	348
3.3.5.1. Stetigkeit und ein Mittelwertsatz	348
3.3.5.2. Konstante bzw. monotone Funktionen	350
Aufgaben	351

3.3.5.3.	Extrema von Funktionen	351
	Aufgaben.	356
3.3.5.4.	Krümmungsverhalten und Wendepunkte von Funktionen. . .	356
	Aufgaben.	360
3.3.6.	Anwendungen.	360
3.3.6.1.	Klassifikation und Vergleich des Wachstums ökonomischer Kennziffern.	361
	Aufgaben.	366
3.3.6.2.	Verdopplungs- und Überholproblem	366
	Aufgaben.	369
3.3.6.3.	Zusammenhänge ökonomischer Kennziffern.	370
	Aufgaben.	373
3.3.6.4.	Kostenfunktionen und minimale Stückkosten	373
	Aufgaben.	378
3.3.6.5.	Lagerhaltungsprobleme.	378
	Aufgaben.	381
3.3.6.6.	Beweis von Ungleichungen	382
	Aufgaben.	382
3.3.7.	Taylor-Formel	383
	Aufgaben.	384
3.4.	Differentialrechnung für Funktionen mehrerer Variablen	385
3.4.1.	Problemstellung.	385
3.4.2.	Grenzwerte und Stetigkeit	390
	Aufgaben.	394
3.4.3.	Partielle Ableitungen und vollständiges Differential	394
3.4.3.1.	Partielle Ableitungen I. Ordnung	394
	Aufgaben.	397
3.4.3.2.	Partielle Ableitungen 2. und höherer Ordnung	397
	Aufgaben.	399
3.4.3.3.	Vollständiges Differential und Gradient	399
	Aufgaben.	403
3.4.3.4.	Ökonomische Interpretation partieller Ableitungen	403
	Aufgaben.	405
3.4.4.	Extremwerttheorie für Funktionen mehrerer Variablen	406
3.4.4.1.	Extremwerte ohne Nebenbedingungen	406
	Aufgaben.	409
3.4.4.2.	Extremwerte mit Nebenbedingungen	409
	Aufgaben.	412
3.4.5.	Methode der kleinsten Quadrate	412

3.4.5.1.	Problemstellung	412
3.4.5.2.	Geraden als Trendfunktionen (linearer Trend) Aufgaben.	415 418
3.4.5.3.	Polynome zweiten und höheren Grades als Trendfunktion Aufgaben.	418 420
3.4.5.4.	Weitere Typen von Trendfunktionen Aufgaben.	420 424
3.4.6.	Weitere Anwendungen	424
3.4.6.1.	Synthese der Untersuchungen von Wachstum und Zusammen- hängen ökonomischer Kennziffern Aufgaben.	424 426
3.4.6.2.	Extremwertprobleme in der Ökonomie	427
3.5.	Integralrechnung für Funktionen einer reellen Variablen	429
3.5.1.	Problemstellung	429
3.5.2.	Das unbestimmte Integral	431
3.5.2.1.	Definition des unbestimmten Integrals Aufgaben.	431 434
3.5.2.2.	Einfache Integrationsregeln Aufgaben.	434 436
3.5.2.3.	Substitutionsmethode und partielle Integration Aufgaben.	436 440
3.5.3.	Das bestimmte Integral.	441
3.5.3.1.	Definition des bestimmten Integrals Aufgaben.	441 444
3.5.3.2.	Klassen integrierbarer Funktionen Aufgaben.	445 447
3.5.3.3.	Eigenschaften integrierbarer Funktionen und des bestimmten Integrals Aufgaben.	448 450
3.5.3.4.	Bestimmtes Integral mit variabler oberer Grenze	451
3.5.3.5.	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung Aufgaben.	453 454
3.5.3.6.	Numerische Integration	455
3.5.4.	Uneigentliche Integrale	458
3.5.5.	Anwendungen.	461
3.6.	Lineare Differential- und Differenzgleichungen	464
3.6.1.	Beispiele, Problemstellung und Grundbegriffe	464
3.6.1.1.	Ökonomische Aufgaben und mathematische Problemstellungen	464
3.6.1.2.	Begriff der Differentialgleichung und weitere grundlegende Definitionen	467

3.6.1.3.	Trennung der Variablen	469
	Aufgaben.	471
3.6.2.	Lineare Differentialgleichungen	471
3.6.2.1.	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	472
3.6.2.2.	Definitionen und Sätze über die Lösungen linearer Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	475
3.6.2.3.	Homogene lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	477
3.6.2.4.	Homogene lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	480
3.6.2.5.	Lösung inhomogener linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	480
	Aufgaben.	483
3.6.3.	Lineare Differentialgleichungssysteme	483
3.6.3.1.	Einleitung	483
3.6.3.2.	Lösung homogener linearer Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	484
3.6.3.3.	Lösung inhomogener linearer Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	487
3.6.3.4.	Eliminationsverfahren	488
	Aufgaben.	489
3.6.4.	Einführung in die Differenzenrechnung	489
	Aufgaben.	494
3.6.5.	Begriff der Differenzgleichung	494
3.6.6.	Lineare Differenzgleichungen mit konstanten Koeffizienten	497
3.6.6.1.	Allgemeines über lineare Differenzgleichungen	497
3.6.6.2.	Lineare Differenzgleichungen 1. Ordnung	500
3.6.6.3.	Homogene lineare Differenzgleichungen 2. Ordnung	502
3.6.6.4.	Homogene lineare Differenzgleichungen n -ter Ordnung	505
3.6.6.5.	Inhomogene lineare Differenzgleichungen	505
	Aufgaben.	507
3.6.7.	Homogene lineare Differenzgleichungssysteme 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	508
	Aufgaben.	510
3.6.8.	Anwendungen von Differential- und Differenzgleichungen in der Ökonomie	511
	Lösungen zu den Aufgaben	515
	Literaturverzeichnisse	575
	Sachwortverzeichnis	581