

Inhaltsübersicht

Vorwort.	III
Inhaltsübersicht und Abhängigkeitsgraph	VI
Einleitung	XIII
Terminologie und Voraussetzungen	XVI

ERSTES BUCH: ELEMENTARE BERECHNUNGSTHEORIE 1

KAPITEL A: MATHEMATISCHER ALGORITHMUSBEGRIFF 2

TEIL I CHURCHSCHE THESE

- § 1. *Begriffsexplikation* Umformungssystem, Rechensystem, Maschine 2
 (Syntax und Semantik von Programmen), Turingmaschine, strukturierte (Turing- und Registermaschinen-) Programme (TO,RO)
- § 2. *Äquivalenzsatz* $F_{\mu} \subseteq F(RO) \subseteq F(TO) \subseteq F(TM)$, LOOP-Programm-Synthese 20
 für primitiv rekursive Funktionen, $F(TM) \subseteq F(RO) \subseteq F_{\mu}$
- § 3. *Exkurs über Semantik von Programmen* Äquivalenz operationaler 26
 und denotationaler Semantik für RM-while-Programme, Fixpunktdeutung von Programmen, Beweis des Fixpunktsatzes
- * § 4. *Erweiterter Äquivalenzsatz* Simulation anderer Begriffs- 29
 explikationen: Modulare Maschinen, 2-Registermaschine, Thuesysteme, Markovalgorithmen, angeordnete Vektoradditionssysteme (Petrietze), Postsche (kanonische bzw. reguläre) Kalküle, Wangsche nicht-löschende Halbbandmaschine, Wortregistermaschine
- § 5. *These von Church* 38

TEIL II UNIVERSELLE PROGRAMME UND REKURSIONSTHEOREM 40

- § 1. *Universelle Programme* Kleene-Normalform, akzeptable universelle 40
 Programmiersysteme und effektive Programmtransformationen
- § 2. *Diagonalisierungsmethode* Rekursionstheorem: Fixpunktdeutung 45
 (Satz von Rice), Rekursionsdeutung (implizite Definition: rekursive Aufzählung von F_{prim} , injektive Übersetzungsfunktionen in Gödelnumerierungen, Isomorphiesatz für Gödelnumerierungen, sich selbst reproduzierende Programme), parametrische effektive Version mit unendlich vielen Fixpunkten

N.B. Mit * gekennzeichnete Abschnitte enthalten Vertiefungsstoff, der im Anschluß an Grundkurse behandelt werden kann.

KAPITEL B: KOMPLEXITÄT ALGORITHMISCHER UNLÖSBARKEIT	53
TEIL I REKURSIV UNLÖSBARE PROBLEME (Reduktionsmethode)	53
§ 1. <i>Halteproblem K Spezialfälle des Satzes von Rice</i>	53
§ 2. <i>Einfache Reduktionen von K Entscheidungsprobleme berechnungs- universeller Systeme, Postsches Korrespondenzproblem, Domino- problem, Röddingsches Wegeproblem</i>	55
* § 3. <i>Exponentiell diophantische Gleichungen Simulation von RO</i>	64
* § 4. <i>$\lambda x, y, z. x=y^z$ ist diophantisch Pell-Gleichungen</i>	71
TEIL II ARITHMETISCHE HIERARCHIE UND UNLÖSBARKEITSGRADE	81
§ 1. <i>Rekursiv aufzählbare Prädikate Darstellungssätze, Universalität</i>	81
§ 2. <i>Arithmetische Hierarchie Aufzählungs- und Hierarchiesatz, Darstellungssatz, Komplexitätsbestimmungen (Unendlichkeits-, Anzahlaussagen, arithmetischer Wahrheitsbegriff)</i>	86
* § 3. <i>Reduktionsbegriffe und Unlösbarkeitsgrade Reduktionsbegriffe (Satz von Post), Indexmengen (Satz von Rice & Shapiro, Σ_n-vollständige Programmeigenschaften), Kreativität und Σ_1-Vollständigkeit (Satz von Myhill), Einfache Mengen (\equiv_1 versus \equiv_m versus \equiv_{tt}, Satz von Decker und Yates), Prioritätsmethode (Satz von Friedberg & Muchnik), Komplexität des arithmetischen Wahrheitsbegriffs</i>	91
TEIL III ALLGEMEINE BERECHNUNGSKOMPLEXITÄT	115
§ 1. <i>Beschleunigungsphänomen Allg. Komplexitätsmaße, Blumscher Beschleunigungssatz, Unmöglichkeit effektiver Beschleunigung</i>	115
§ 2. <i>Beliebig komplizierte Funktionen Satz von Rabin-Blum-Meyer über Funktionen beliebig großer Programm- oder Rechenzeitkomplexität, Blumscher Programmverkürzungssatz, Lückensatz, Vereinigungssatz</i>	123
* § 3. <i>Zerlegungstheorie universeller Automaten Charakterisierung der Laufzeit-, Ein-, Ausgabe-, Übergangs- und Stopfunktionen universeller Automaten; Unmöglichkeit uniformer rekursiver Simulationsschranken bei universellen Automaten</i>	129

KAPITEL C: REKURSIVITÄT UND KOMPLEXITÄT	137
TEIL I KOMPLEXITÄTSKLASSEN REKURSIVER FUNKTIONEN	137
§ 0. <i>Das Modell der k-Band-Turingmaschine</i> Bandreduktion, Band- und Zeitkompression, Simulationskomplexität eines universellen Programms	138
§ 1. <i>Zeit- und Platzhierarchiesätze</i> Satz von Fürer	144
§ 2. <i>Komplexität nicht determinierter Programme</i> Satz von Savitch	152
TEIL II KOMPLEXITÄTSKLASSEN PRIMITIV REKURSIVER FUNKTIONEN	155
§ 1. <i>Grzegorzcyk-Hierarchiesatz</i> Äquivalenz der Charakterisierungen durch Wachstum (beschränkte Rekursionen, Einsetzungen in Ackermannzweige), Rekursions- und Looptiefe, Rechenzeitkomplexität aus Kleene-Normalform mit polynomialbeschränkten bzw. R_3 -Kodierungsfunktionen	157
* § 2. E_n -Basis- und E_n -Rechenzeithierarchiesatz	168
* § 3. <i>Ackermannfunktion und Goodstein-Folgen</i> Satz von Goodstein & Kirby & Paris	176
TEIL III POLYNOMIAL UND EXPONENTIELL BESCHRÄNKTE KOMPLEXITÄTSKLASSEN	179
§ 1. <i>NP-vollständige Probleme</i> Halte-, Domino-, <u>Partitions-</u> , Rucksack-, 180 <u>Cliquen-</u> , <u>Hamiltonsche Zyklen-</u> , Handlungsreisenden- und <u>ganz-</u> <u>zahliges Programmierungsproblem</u>	
§ 2. <i>Vollständige Probleme für PBAND und exponentielle Klassen</i>	191
TEIL IV ENDLICHE AUTOMATEN	193
§ 1. Charakterisierungen durch (in-) determinierte Akzeptoren und reguläre Ausdrücke Sätze von Rabin & Scott, Kleene	193
§ 2. Charakterisierung durch Kongruenzrelationen der Ununterscheidbarkeit Satz von Myhill & Nerode mit Korollaren (Zustandsminimalisierung, Beispiele nicht regulärer Sprachen, Schleifenlemma, 2-Weg-Automaten)	199
* § 3. <i>Zerlegungssätze</i> Produktzerlegung, Modulare Zerlegung (Rödding-sche Normalform bei sequentieller und paralleler Signalverarbeitung)	203
* § 4. <i>Kleine universelle Programme</i> 2-dimensionale TM mit 2 Zuständen und 4 Buchstaben, 2-dimensionales Thuesystem mit 2 Regeln und 3 Buchstaben, PBAND-Vollständiges Schleifenproblem	219

<u>TEIL V: KONTEXTFREIE SPRACHEN</u>	235
§ 1. <i>Normalformen</i> von Chomsky- und Greibach, <i>Herleitungsbäume</i> .	235
§ 2. <i>Periodizitätseigenschaften</i> Schleifenlemma, Satz von Parikh, induktive Charakterisierung durch Substitutionsiteration	241
§ 3. <i>Maschinencharakterisierung</i> Kellerautomaten, Abschlußeigenschaften	246
§ 4. <i>Entscheidungsprobleme</i> Entscheidbarkeitssatz für kontextfreie und reguläre Grammatiken, Komplexität des Äquivalenzproblems regulärer Ausdrücke; Unentscheidbarkeitssatz für kontextfreie Grammatiken, Unmöglichkeit effektiver Minimalisierung	250
* § 5. <i>Abgrenzungen gegen Chomsky-Hierarchieklassen</i> Durchschnitt regulärer mit Klammersprachen, L-R Herleitungsbeschränkung von Typ-0-Grammatiken, kontextabhängige Sprachen (Platzbedarfsatz und LBA-Problem)	258
 ZWEITES BUCH: ELEMENTARE PRÄDIKATENLOGIK	265
<u>KAPITEL D: LOGISCHE ANALYSE DES WAHRHEITSBEGRIFFS</u>	267
<u>TEIL I SYNTAX UND SEMANTIK</u>	267
§ 1. <i>Formale Sprachen</i> der 1. Stufe	267
§ 2. <i>Interpretation</i> formaler Sprachen	272
§ 3. Hilbert-Kalkül	278
<u>TEIL II VOLLSTÄNDIGKEITSSATZ</u>	283
§ 1. <i>Herleitungen und Deduktionstheorem der Aussagenlogik</i>	283
§ 2. <i>Aussagenlogischer Vollständigkeitssatz</i> (Lindenbaumscher Maximalisierungsprozeß; anaytische Tafeln, Resolution)	286
§ 3. <i>Herleitungen und Deduktionstheorem der Prädikatenlogik</i>	290
§ 4. <i>Prädikatenlogischer Vollständigkeitssatz</i>	294
<u>TEIL III FOLGERUNGEN AUS DEM VOLLSTÄNDIGKEITSSATZ</u>	298
§ 1. <i>Ausdrucksschwäche der PL 1</i> Satz von Skolem, Kompaktheitsatz, Nichtcharakterisierbarkeit des Endlichkeitsbegriffs, zahlentheoretische Nicht-Standard-Modelle.	298

* § 2.	<i>Prädikatenlogik der 2. Stufe und Typentheorie</i>	Charakterisierung der Endlichkeit, der Abzählbarkeit und von $(\mathbb{N}; 0, +1)$ in der 2. Stufe; Sprachen n-ter Stufe	301
§ 3.	<i>Kanonische Erfüllbarkeit</i>	Skolemsche Normalform, (minimale) Herbrand-Modelle, prädikatenlogische Resolution, prozedurale Interpretation von Hornformeln, Vollständigkeit der SLD-Resolution	305
KAPITEL E:	<u>LOGISCHE ANALYSE DES BEWEISBEGRIFFS</u>		316
<u>TEIL I:</u>	GENTZENS KALKÜL LK		316
§ 1.	<i>Der Kalkül LK (Klassische Logik)</i>		317
§ 2.	<i>Äquivalenz zum Hilbert-Kalkül</i>		319
* <u>TEIL II:</u>	SCHNITTELMINATIONSSATZ FÜR LK		325
* <u>TEIL III:</u>	FOLGERUNGEN AUS DEM SCHNITTELMINATIONSSATZ		335
§ 1.	<i>Gentzens Hauptsatz (Kor: Satz von Herbrand)</i>		335
§ 2.	<i>Interpolationssatz</i>	Kor: Definierbarkeitssatz. Widerlegung von Interpolations- und Definierbarkeitssatz im Endlichen.	340
KAPITEL F:	<u>KOMPLEXITÄT LOGISCHER ENTSCHEIDUNGSPROBLEME</u>		352
<u>TEIL I:</u>	UNENTSCHEIDBARKEIT & REDUKTIONSKLASSEN		352
§ 1.	<i>Sätze von Church & Turing, Trachtenbrot, Aanderaa & Böjger</i>	Kor: PROLOG-Programm als Axiom einer wesentlich unentscheidbaren Theorie bzw. erfüllbare Formel ohne rekursive Modelle, PROLOG-Definierbarkeit aller berechenbaren Funktionen, Unmöglichkeit rekursiver Interpolation und rekursiver Explikationsschranken impliziter Definitionen	353
* § 2.	<i>Reduktionstyp von Kahr-Moore-Wang</i>		368
<u>TEIL II:</u>	UNVOLLSTÄNDIGKEIT DER ARITHMETIK		373
	<i>Unvollständigkeitssatz von Gödel, Satz von Löb.</i>		
<u>TEIL III:</u>	REKURSIVE UNTERE KOMPLEXITÄTSSCHRANKEN		381
§ 0.	<i>Reduktionsmethode</i>		381
§ 1.	<i>Komplexität Boolescher Funktionen</i>	Satz von Cook, Satz von Henschen & Wos, polynomiale Äquivalenz von Horn- und Netzwerkkomplexität, Satz von Stockmeyer	383

* § 2.	<i>Spektrumproblem</i> Spektrumcharakterisierung der E_3 -Rechenzeit- hierarchie (Satz von Rödding & Schwichtenberg, Jones & Selman, Christen); Logische Charakterisierung von NP durch globale existentielle zweitstufige Prädikate (Satz von Fagin), von P durch PL1+LFP mit Ordnung (Satz von Immerman & Vardi), von PBAND durch PL2+TC (Satz von Immerman)	397
* § 3.	<i>Vollständige Entscheidungsprobleme für polynomiale und exponen- tielle Komplexitätsklassen</i>	414
	Satz von Lewis (NEXPZEIT-Vollständigkeit des Erfüllbarkeits- problems der monadischen Gödel-Kalmar-Schütte-Klasse $V \overset{\infty}{\wedge} V \overset{2}{\wedge} V \overset{\infty}{\wedge} \text{Monad}$), Satz von Plaisted (EXPZEIT-Vollständigkeit des Erfüllbarkeitsproblems der Bernays-Schönfinkel-Klasse $V \overset{\infty}{\wedge} V \overset{\infty}{\wedge}$ in Hornformeln. Korollar: NEXPZEIT-Vollständigkeit für $V \overset{\infty}{\wedge} V \overset{\infty}{\wedge}$), Satz von Plaisted und Denenberg & Lewis (PBAND-Voll- ständigkeit des Erfüllbarkeitsproblems der Bernays-Schönfinkel- Klasse in Krom- (und Horn-)formeln. Korollar: PBAND-Vollstän- digkeit von $V \overset{\infty}{\wedge} V \overset{\infty}{\wedge}$ in determinierten Krom- und Hornformeln.	
Bibliographie		423
Index		452
Symbolverzeichnis		466