

# Inhaltsverzeichnis

<i>Vorwort</i> .....	IX
<i>Liste von häufig verwendeten Bezeichnungen</i> .....	1
<b>Kapitel 1: Grundbegriffe der Graphentheorie</b> .....	3
1.1 Grundlegende Definitionen .....	3
1.2 Ketten und Wege in Graphen .....	8
1.3 Bewertungen auf Graphen .....	10
1.3.1 Kanten- bzw. Pfeilbewertungen .....	10
1.3.2 Knotenbewertungen .....	11
1.4 Teilgraphen, zusammenhängende Graphen .....	11
1.5 Bäume und Gerüste .....	13
LITERATUR .....	15
<b>Kapitel 2: Hilfsmittel aus der Informatik</b> .....	16
2.1 Einige ALGOL-Anweisungen .....	16
2.2 Datenstrukturen .....	19
2.2.1 Sequentielle und gekettete Speicherung .....	19
2.2.2 Listen, Stapel und Schlangen .....	23
2.3 Darstellung von Graphen in Rechenanlagen .....	25
2.3.1 Matrixdarstellungen .....	25
2.3.2 Listendarstellungen .....	27
2.3.2.1 Standardlisten .....	27
2.3.2.2 Knotenorientierte Listen .....	28
2.4 Zur Komplexität von Algorithmen und Problemen .....	30
2.4.1 Komplexität von Algorithmen .....	30
2.4.2 Komplexität von Problemen .....	32
2.5 Sortierverfahren .....	33
2.5.1 Sortieren durch Zerlegen: Quicksort .....	33
2.5.2 Sortieren mit binären Bäumen: Heapsort .....	34
2.5.3 Sortieren von Kanten eines Graphen .....	38
LITERATUR und AUFGABEN .....	39
<b>Kapitel 3: Minimale spannende Bäume und Wälder</b> .....	41
3.1 Bestimmung eines minimalen spannenden Baumes oder Waldes .....	41
3.1.1 Der Algorithmus von Kruskal .....	41
3.1.2 Der Algorithmus von Prim bzw. Dijkstra .....	44
3.2 Bestimmung eines minimalen spannenden Wurzelbaumes eines gerichteten Graphen .....	46
LITERATUR und AUFGABEN .....	52
<b>Kapitel 4: Kürzeste Entfernungen und Wege sowie negative Zyklen in Graphen</b> .....	54
4.1 Definitionen .....	54
4.2 Kürzeste Entfernungen und Wege von einem zu allen Knoten .....	56
4.2.1 Baumalgorithmen .....	57
4.2.2 Implementierung und Effizienz von Baumalgorithmen .....	62
4.3 Kürzeste Entfernungen und Wege zwischen allen Knoten .....	65

4.4	Negative Zyklen in bewerteten Digraphen .....	67
	LITERATUR und AUFGABEN .....	69
<b>Kapitel 5: Lineare Transport-, Umlade- und Maximalflußprobleme</b>		
	<b>- Ein Überblick über Probleme und Lösungsverfahren .....</b>	<b>70</b>
5.1	Inhalt und Zweck des Kapitels .....	70
5.2	Problembeschreibungen .....	70
5.2.1	Veranschaulichung der Probleme anhand von Digraphen .....	70
5.2.2	Maximalfluß- und Umladeprobleme .....	72
5.2.3	Ein- und mehrstufige Transportprobleme .....	73
5.3	Problemformulierungen im Hinblick auf mögliche Lösungsverfahren .....	75
5.3.1	Überblick über Lösungsverfahren .....	75
5.3.2	Klassische Transportprobleme als LP-Probleme .....	76
5.3.3	Umladeprobleme als LP-Probleme .....	77
5.3.4	Transport-, Umlade- und Maximalflußprobleme als q-s-Flußprobleme .....	81
5.3.4.1	Flußgraphen und q-s-Flußprobleme .....	81
5.3.4.2	Zur Darstellung der genannten Probleme als q-s-Flußprobleme .....	82
5.3.5	Transport- und Umladeprobleme als Zirkulationsflußprobleme .....	83
5.3.6	Ergänzende Bemerkungen .....	85
5.4	Sätze und Lösungsprinzipien aus der Linearen Programmierung .....	85
	LITERATUR und AUFGABEN .....	87
<b>Kapitel 6: Primale Algorithmen zur Lösung des klassischen Transportproblems</b>		
	<b>und einiger Varianten .....</b>	<b>88</b>
6.1	Das klassische TPP und seine Lösung mit Hilfe der Simplex-Methode .....	88
6.2	Spezielle primale Algorithmen zur Lösung des klassischen TPPs .....	91
6.2.1	Vorbemerkungen und Musterbeispiel .....	91
6.2.2	Eröffnungsverfahren .....	92
6.2.2.1	Einführung .....	92
6.2.2.2	Die Nordwesteckenregel .....	93
6.2.2.3	Die Spaltenminimum-Methode .....	94
6.2.2.4	Die Vogelsche Approximationsmethode .....	96
6.2.3	Optimierungsverfahren .....	97
6.2.3.1	Vorüberlegungen und Definitionen .....	97
6.2.3.2	Die Stepping-Stone-Methode .....	100
6.2.3.3	Die MODI-Methode .....	102
6.2.4	Zur Darstellung der Basislösung in Form eines Baumes .....	104
6.3	Das kapazitierte klassische TPP .....	105
6.3.1	Prinzipielle Vorgehensweise .....	105
6.3.2	Die Spaltenminimum-Methode für das kapazitierte TPP .....	107
6.3.3	Die MODI-Methode für das kapazitierte TPP .....	109
6.4	Ungleichungen in den Nebenbedingungen des TPPs .....	111
6.4.1	Einführung .....	111
6.4.2	Probleme mit nur einem Restriktionstyp für die Anbieter bzw. Nachfrager .....	112
6.4.3	Probleme mit gemischten Restriktionen .....	118
	LITERATUR und AUFGABEN .....	121
<b>Kapitel 7: Primale Algorithmen zur Lösung von Umladeproblemen .....</b>		
	<b>123</b>	<b>123</b>
7.1	Lösung eines zweistufigen Transportproblems als klassisches Transportproblem .....	123

7.2	Die Lösung unkapazitierter Umladeprobleme als klassische Transportprobleme .....	126
7.3	Ein primaler Algorithmus zur Lösung von Umladeproblemen .....	129
7.3.1	Zur Bestimmung einer zulässigen Basislösung für unkapazitierte Probleme ..	129
7.3.2	Verbesserung der zulässigen Anfangslösung eines unkapazitierten Problems ..	131
	LITERATUR und AUFGABEN .....	134
<b>Kapitel 8: Implementierung primaler Algorithmen für Transport- und Umladeprobleme .....</b>		<b>135</b>
8.1	Speichermöglichkeiten für unbewertete Bäume .....	135
8.1.1	Speichermöglichkeiten für unbewertete Wurzelbäume .....	135
8.1.1.1	Der Vorgänger-Index .....	135
8.1.1.2	Der Tripel-Index .....	136
8.1.1.3	Der Gefädelte Index .....	137
8.1.1.4	Zusätzliche Felder .....	138
8.1.2	Übertragung der Speichermöglichkeiten auf sonstige unbewertete Bäume ..	139
8.1.3	Umspeicherungen zur Darstellung einer verbesserten Basislösung .....	140
8.2	Entwicklung eines effizienten Programmes zur Lösung klassischer Transportprobleme .....	143
8.2.1	Einführung .....	143
8.2.2	Zur Speicherung der Informationen .....	143
8.2.3	Zur Bestimmung einer zulässigen Anfangslösung .....	145
8.2.4	Test einer zulässigen Basislösung auf Optimalität .....	146
8.2.5	Bestimmung und Speicherung einer verbesserten Basislösung .....	147
8.2.6	Zur Korrektur der Dualvariablenwerte .....	148
8.2.7	Speicherplatz- und Rechenzeitbedarf für Transportprobleme .....	149
8.3	Alternativen zu den in 8.2 geschilderten Vorgehensweisen .....	150
8.3.1	Verwendung des Gefädelten Index .....	150
8.3.2	Verwendung des Vorgänger-Index und zusätzlicher Listen .....	151
8.4	Hinweise auf Programme zur Lösung kapazitierter Umladeprobleme .....	151
	LITERATUR und AUFGABEN .....	152
<b>Kapitel 9: Inkrementgraphen-Algorithmen zur Lösung von q-s-Flußproblemen .....</b>		<b>153</b>
9.1	Einführung .....	153
9.2	Definitionen .....	153
9.3	Optimierungsverfahren .....	158
9.3.1	Zwei Verfahren auf der Basis der Bestimmung von Wegen in Inkrementgraphen .....	158
9.3.2	Ein Verfahren auf der Basis der Bestimmung von Wegen und Zyklen in Inkrementgraphen .....	162
9.4	Eröffnungsverfahren .....	164
	LITERATUR und AUFGABEN .....	167
<b>Kapitel 10: Primal-duale Verfahren zur Lösung von linearen Zuordnungs- und Zirkulationsflußproblemen .....</b>		<b>168</b>
10.1	Verfahren zur Lösung des linearen Zuordnungsproblems .....	168
10.1.1	Das lineare Zuordnungsproblem .....	168
10.1.2	Die Ungarische Methode .....	170
10.1.3	Weitere Lösungsverfahren und Effizienzvergleiche .....	176
10.2	Der Out-of-Kilter-Algorithmus für Zirkulationsflußprobleme .....	177
10.2.1	Problemstellung, Optimalitätsbedingungen, Vorüberlegungen .....	177

10.2.2 Der Out-of-Kilter-Algorithmus .....	180
LITERATUR und AUFGABEN .....	184
Anhang: Lösungen zu den Aufgaben .....	186
Literaturverzeichnis .....	193
Namens- und Sachverzeichnis .....	198
Ergänzungen .....	201