

# INHALTSVERZEICHNIS

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>  | <b>1</b> |
| <b>2</b> | <b>Differenzgleichungen mit chaotischem Verhalten</b>                |          |
| 2.1      | Einleitung   | 6        |
| 2.2      | Eindimensionale Systeme  | 12       |
| 2.2.1    | Bernoulli Abbildung  | 12       |
| 2.2.2    | Logistische Gleichung  | 14       |
| 2.3      | Periodenverdoppelungsübergang and Intermittenz                       | 18       |
| 2.4      | Numerische Behandlung  | 21       |
| 2.5      | Chaotische und zufällige Folgen                                      | 25       |
| 2.6      | Zweidimensionale Differenzgleichungen und Hyperchaos                 | 29       |
| <b>3</b> | <b>Kontinuierliche dissipative Systeme mit chaotischem Verhalten</b> |          |
| 3.1      | Einleitung   | 37       |
| 3.2      | Lineare Stabilitätsanalyse   | 38       |
| 3.3      | Ljapunov's charakteristische Exponenten                              | 41       |
| 3.3.1    | Definition   | 41       |
| 3.3.2    | Numerische Berechnung  | 44       |
| 3.4      | Autokorrelationsfunktion und Leistungsdichtespektrum                 | 49       |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 3.5   | Poincaré Abbildung  | 51  |
| 3.6   | Attraktoren   | 53  |
| 3.6.1 | Einfache Attraktoren  | 53  |
| 3.6.2 | Seltsame Attraktoren  | 55  |
| 3.7   | Erste Integrale und chaotisches Verhalten                     | 61  |
| 3.8   | Lorenz-Modell   | 65  |
| 3.9   | Rikitake-Zweischeiben Dynamo                                  | 70  |
| 3.9.1 | Beschreibung des Modells                                      | 70  |
| 3.9.2 | Numerische Ergebnisse   | 73  |
| 3.10  | Weitere dissipative Systeme mit chaotischem Verhalten         | 75  |
| 3.11  | Feigenbaumkonstante bei dissipativen Systemen                 | 78  |
| 4     | <b>Grenzzyklussysteme mit äußeren periodischen Kräften</b>    |     |
| 4.1   | Einleitung  | 80  |
| 4.2   | Grenzzyklussysteme  | 82  |
| 4.3   | Numerische Untersuchungen                                     | 83  |
| 5     | <b>Anharmonische Systeme mit äußeren periodischen Kräften</b> |     |
| 5.1   | Einleitung  | 101 |
| 5.2   | Linearer Grenzfall  | 103 |
| 5.3   | Untersuchte Potentiale  | 107 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 5.4   | Chaotisches Verhalten für das Potential<br>$U(x) = bx^2/2 + cx^4/4$ | 109 |
| 5.5   | Chaotisches Verhalten für das Potential<br>$U(x) = -b \cos x$       | 125 |
| 5.6   | Physikalische Anwendungen   | 132 |
| 5.6.1 | Einleitung  | 132 |
| 5.6.2 | Federsystem mit nichtlinearer Federkennlinie                        | 132 |
| 5.6.3 | Pendelmotor mit Unwucht   | 132 |
| 5.6.4 | Gedämpfter Durchschlagschwinger                                     | 134 |
| 5.6.5 | Schwingung eines festeingespantten Stabes                           | 136 |
| 6     | <b>Elektronische Schwingkreise mit chaotischem Verhalten</b>        |     |
| 6.1   | Nichtlineare RCL Schwingkreise                                      | 137 |
| 6.2   | Weitere Schwingkreise mit chaotischem Verhalten                     | 142 |
| 7     | <b>Hamiltonsysteme mit chaotischem Verhalten</b>                    |     |
| 7.1   | Einleitung  | 147 |
| 7.2   | Integrierte Hamiltonsysteme   | 148 |
| 7.3   | Hénon-Heiles Modell   | 152 |
| 7.4   | Lokale Instabilität   | 156 |
| 7.5   | Rotation starrer Körper im Schwerfeld                               | 158 |
| 7.6   | Weitere Hamiltonsysteme mit chaotischem Verhalten                   | 167 |

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>8</b>  | <b>Quantenchaos</b>                              |     |
| 8.1       | Fragestellung                                    | 170 |
| 8.2       | Verteilung der Energieniveaudifferenzen          | 174 |
| 8.3       | Bewegungsgleichung der Energieeigenwerte         | 179 |
| 8.4       | Weitere Aspekte des Quantenchaos                 | 182 |
| <b>9</b>  | <b>Zelluläre Automaten</b>                       |     |
| 9.1       | Einleitung                                       | 185 |
| 9.2       | Beispiele  | 188 |
| <b>10</b> | <b>Raum-Zeit Chaos</b>                           |     |
| 10.1      | Einleitung                                       | 191 |
| 10.2      | Beispiele  | 194 |
| <b>11</b> | <b>Singuläre Punktanalyse und Integrabilität</b> |     |
| 11.1      | Einleitung                                       | 198 |
| 11.2      | Idee von Sophie Kowalevski                       | 199 |
| 11.3      | Definition der Painlevé-Eigenschaft              | 201 |
| 11.4      | Eine notwendige Bedingung                        | 203 |
| 11.5      | Singuläre Punktanalyse                           | 205 |
| 11.6      | Painlevé-Eigenschaft und Integrabilität          | 207 |
| 11.7      | Beispiele  | 211 |

|             |   |            |
|-------------|---|------------|
| <b>12.</b>  | <b>Ziglin's Theorem und Nichtintegrabilität</b> |            |
| <b>12.1</b> | <b>Einleitung</b>                               | <b>215</b> |
| <b>12.2</b> | <b>Beispiele</b>                                | <b>221</b> |
|             | <b>Literaturverzeichnis</b>                     | <b>223</b> |
|             | <b>Sachwortverzeichnis</b>                      | <b>234</b> |