

INHALT

1. Logische Grundlagen	1
1.1 Mengen	1
1.2 Aussagen und Aussageformen	2
1.3 Verneinung, Oder- und Undzusammensetzung von Aussageformen	3
1.4 Folgerung und Gleichwertigkeit von Aussageformen	4
1.5 Geordnete Paare, kartesisches Produkt	6
1.6 Gleichungen	6
1.7 Aussagenlogik	7
1.8 Logische Schlußweisen	10
1.9 Grundgesetze der Aussagenlogik	11
1.10 Schaltalgebra	12
1.11 Mengenalgebra	15
Aufgaben zum 1. Abschnitt	15
2. Ganze und rationale Zahlen	17
2.1 Äquivalenzrelationen, natürliche Zahlen	17
2.2 Ordnungsrelationen	20
2.3 Axiome für die natürlichen Zahlen, Addition und Multiplikation von natürlichen Zahlen	22
2.4 Subtraktion und Division von natürlichen Zahlen, Gruppen- eigenschaften	24
2.5 Ganze Zahlen, Addition ganzer Zahlen	27
2.6 Multiplikation ganzer Zahlen, Ringeigenschaften, Rest- klassenringe	29
2.7 Rationale Zahlen, Körpereigenschaften	34
Aufgaben zum 2. Abschnitt	38
3. Probleme mit ganzen Zahlen	40
3.1 Euklidischer Algorithmus	40
3.2 Ein diophantisches Problem	42

3.3	Permutationen	45
3.4	Permutationsgruppen	48
3.5	Die vier grundlegenden kombinatorischen Aufgaben	50
3.6	Binomischer Lehrsatz	56
3.7	Polynomischer Lehrsatz	62
3.8	Weitere Beispiele von kombinatorischen Aufgaben	63
3.9	Berechnung einiger Summen	65
	Aufgaben zum 3. Abschnitt	70
4.	Reelle Zahlen	73
4.1	Zahlengerade	73
4.2	Intervallschachtelungen	76
4.3	Eigenschaften der reellen Zahlen	81
4.4	Ungleichungen und Beträge	87
4.5	Lösungsmengen von Ungleichungen, lineares Programmieren	98
	Aufgaben zum 4. Abschnitt	102
5.	Der lineare Vektorraum	106
5.1	Vektoren im Anschauungsraum	106
5.2	Der lineare Vektorraum	115
5.3	Lineare Abhängigkeit, Basis und Dimension	119
5.4	Skalarprodukt und Metrik im linearen Vektorraum	125
	Aufgaben zum 5. Abschnitt	137
6.	Lineare Gleichungssysteme	141
6.1	Begriffe und einführende Beispiele	141
6.2	Das Eliminationsverfahren von GAUSS	148
6.3	Zusammenhang zwischen den Lösungen von LGS und linearen Vektorräumen	155
6.4	Beispiel zum GAUSSschen Eliminationsverfahren	156
6.5	Determinanten	157
6.6	Anwendung von Determinanten zur Lösung von LGS	173
6.7	Matrizen	176
6.8	Rang von Matrizen	185
6.9	Quadratische Matrizen	196
6.10	Eigenwerte und Normalformen von quadratischen Matrizen	206
	Aufgaben zum 6. Abschnitt	222

7. Analytische Geometrie	230
7.1 Das äußere und das vektorielle Produkt	230
7.2 Bildung von mehrfachen Produkten mit Hilfe des Skalar- produktes und des vektoriellen Produktes	237
7.3 Verallgemeinerung des äußeren Produktes	239
7.4 Kartesische Koordinatensysteme	242
7.5 Transformationen von kartesischen Koordinatensystemen	246
7.6 Gerade und Ebene	252
7.7 Eigenschaften von Geraden und Ebenen, die mit der Metrik im Anschauungsraum zusammenhängen	263
7.8 Kegelschnitte und Quadriken	272
Aufgaben zum 7. Abschnitt	295
8. Anhang: BASIC-Programme	306
Aufgaben zum 8. Abschnitt	313
Register	315