

# Inhaltsverzeichnis

1	<u>Einführung der Laplace-Transformation</u>	13
2	<u>Anwendung der Laplace-Transformation auf gewöhnliche Differentialgleichungen</u>	22
2.1	Häufig auftretender Typ von Differentialgleichungen	22
2.2	Differentiationsregel für die Originalfunktion	26
2.3	Rechnen mit $\delta$ -Funktionen	31
2.4	Laplace-Transformation einer linearen Differentialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	37
2.5	Erinnerung an die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen	40
2.6	Rücktransformation der Partialbrüche mittels Integrations- und Dämpfungsregel der Laplace-Transformation	45
2.7	Lösung einer Differentialgleichung 3. Ordnung	48
2.8	Sprungantwort einer Differentialgleichung n-ter Ordnung bei einfachen und von Null verschiedenen Polen	51
2.9	Sprungantwort einer Differentialgleichung n-ter Ordnung beim Auftreten mehrfacher Pole	56
2.10	Sprungantwort einer Differentialgleichung 2. Ordnung	57
2.11	Faltungsregel der Laplace-Transformation	63
2.12	Zusammenfassung über die Lösung der Differentialgleichung n-ter Ordnung	70
2.13	Grenzwertsätze	72
2.14	Systeme von Differentialgleichungen	76
3	<u>Lösung von Differenzengleichungen mit der Laplace-Transformation</u>	80
3.1	Auftreten und Form von Differenzengleichungen	80
3.2	Verschiebungsregeln der Laplace-Transformation	83
3.3	Lösung einer Differenzengleichung 1. Ordnung mit Vorgeschichte	85
3.4	Rücktransformation einer rationalen Funktion von $e^{-Ts}$	87
3.5	Lösung der allgemeinen Differenzengleichung ohne Vorgeschichte	89
4	<u>Lösung von Differenzendifferentialgleichungen mit der Laplace-Transformation</u>	95
4.1	Auftreten von Differenzendifferentialgleichungen: Totzeitsysteme	95
4.2	Bestimmung der Ausgangsgröße eines Totzeitsystems durch Laplace-Transformation	99
5	<u>Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der Laplace-Transformation</u>	103
6	<u>Laplace-Transformation und Übertragungsverhalten dynamischer Systeme</u>	108
6.1	Allgemeiner Begriff des Übertragungsgliedes	108
6.2	Übertragungsfunktion	110
6.3	Gewichtsfunktion (Impulsantwort)	111
6.4	Charakterisierung der Übertragungsglieder mit $Y(s) = G(s)U(s)$	114

6.5	Frequenzgang	120
7	<u>Etwas Funktionentheorie</u>	128
7.1	Laurententwicklung	128
7.2	Residuum und Residuensatz	132
7.3	Laurententwicklung und Partialbruchzerlegung	137
7.4	Zwei Beispiele zur Partialbruchentwicklung einer meromorphen Funktion	139
8	<u>Komplexe Umkehrformel der Laplace-Transformation</u>	145
8.1	Herleitung der komplexen Umkehrformel	145
8.2	Herleitung der Multiplikationsregel für Zeitfunktionen	150
8.3	Berechnung des Umkehrintegrals mittels des Residuensatzes	151
8.4	Berechnung der Originalfunktion zu $e^{-z\sqrt{s}}$	155
9	<u>Anwendung der Laplace-Transformation auf partielle Differentialgleichungen</u>	161
9.1	Prinzipielles Vorgehen	161
9.2	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Randbedingungen	166
9.3	Spezialfall: Randwertproblem beim einseitig begrenzten Wärmeleiter	170
9.4	Eine andere Darstellung der Gewichtsfunktionen	173
9.5	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Quellenfunktion	174
9.6	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Anfangsbedingung und allgemeine Lösung	180
10	<u>Zweiseitige Laplace-Transformation und Fourier-Transformation</u>	182
10.1	Zweiseitige Laplace-Transformation	182
10.2	Definition der Fourier-Transformation	184
10.3	Eigenschaften der Fourier-Transformation	191
10.4	Rechenregeln der Fourier-Transformation	195
10.5	Korrespondenzen der Fourier-Transformation	200
11	<u>Fourier-Transformation von Funktionen endlicher Breite und Abtasttheoreme</u>	213
11.1	Komplexe Darstellung der Fourierreihe einer periodischen Funktion	213
11.2	Reihenentwicklung einer Zeitfunktion mit endlicher Bandbreite	215
11.3	Reihenentwicklung einer Spektralfunktion zu einer Zeitfunktion von endlicher Dauer	218
12	<u>Fourier-Transformation kausaler Funktionen und Hilbert-Transformation</u>	219
	<u>Übungsaufgaben mit Lösungen</u>	226
	Schrifttum	299
	Sachverzeichnis	302