

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Routenplanung	1
1.2	Frequenzplanung im Mobilfunk	1
1.3	Museumswärter	3
1.4	Das Königsberger Brückenproblem	3
1.5	Schiebepuzzle	5
1.6	Konzept des Buchs	5
1.7	Ergänzungsmaterial und Webseite zum Buch	6
2	Grundbegriffe	7
2.1	Gerichtete Graphen	7
2.2	Teilgraphen und Obergraphen	11
2.3	Ungerichtete Graphen, symmetrische Hülle und Orientierungen	12
2.4	Linegraphen	15
2.5	Graphentheoretische Algorithmen	16
2.6	Komplexität und NP-Vollständigkeit	23
2.7	Approximations-Algorithmen	27
2.8	Übungsaufgaben	29
3	Wege, Kreise und Zusammenhang	31
3.1	Wege	31
3.2	Kreisfreie Graphen	34
3.3	Zusammenhang	36
3.4	Bipartite Graphen	42
3.5	Der Satz von Euler	43
3.6	Hamiltonsche Wege und Kreise	50
3.7	Übungsaufgaben	51
4	Färbungen und Überdeckungen	55
4.1	Cliquen und unabhängige Mengen	55
4.2	Färbungen	58
4.3	Perfekte Graphen	59
4.4	Chordale Graphen	61
4.5	Ein einfacher Färbungsalgorithmus	66
4.6	Listenfärbungen und Kantenfärbungen	68
4.7	Überdeckungen	71
4.8	Das p -Center Problem	73
4.9	Übungsaufgaben	79

5	Transitive Hülle und Irreduzible Kerne	81
5.1	Transitive Hülle	81
5.2	Der Tripelalgorithmus	85
5.3	Der reduzierte Graph	90
5.4	Irreduzible Kerne	91
5.5	Übungsaufgaben	99
6	Bäume, Wälder und Matroide	101
6.1	Bäume und Wälder	101
6.2	Minimale spannende Bäume	104
6.3	Der Algorithmus von Kruskal	105
6.4	Matroide und Unabhängigkeitssysteme	109
6.5	Der Algorithmus von Prim	117
6.6	Der Algorithmus von Fredman und Tarjan	122
6.7	Der Algorithmus von Borůvka	125
6.8	Spannende Bäume mit Gradbeschränkung	127
6.9	Die MST-Heuristik für das Traveling Salesman Problem	135
6.10	Wurzelbäume in gerichteten Graphen	137
6.11	Übungsaufgaben	143
7	Suchstrategien	147
7.1	Tiefensuche (DFS)	147
7.2	Anwendungen von DFS	152
7.3	Tiefensuche für ungerichtete Graphen	158
7.4	Breitensuche (BFS)	160
7.5	Lexikographische Breitensuche (LEX-BFS)	162
7.6	Übungsaufgaben	168
8	Kürzeste Wege	169
8.1	Grundlegende Eigenschaften kürzester Wege	170
8.2	Bäume kürzester Wege	173
8.3	Ein Grundgerüst zur Berechnung kürzester Wege	174
8.4	Der Algorithmus von Dijkstra	177
8.5	Der Algorithmus von Bellman und Ford	183
8.6	Kreise negativer Länge	186
8.7	Die Bellmanschen Gleichungen und kreisfreie Graphen	188
8.8	Kürzeste Wege für alle Paare (APSP)	189
8.9	Längste Wege	191
8.10	Übungsaufgaben	193
9	Flüsse und Strömungen	195
9.1	Flüsse und Schnitte	195
9.2	Residualnetze und flussvergrößernde Wege	199
9.3	Das Max-Flow-Min-Cut-Theorem	203
9.4	Der Algorithmus von Ford und Fulkerson	204

9.5	Der Algorithmus von Edmonds und Karp	207
9.6	Der Algorithmus von Dinic	211
9.7	Push-Relabel-Algorithmen	218
9.8	Untere Kapazitätsschranken, b -Flüsse und Strömungen	233
9.9	Flussdekomposition	240
9.10	Kombinatorische Anwendungen des Max-Flow-Min-Cut-Theorems	243
9.11	Kostenminimale Flüsse	251
9.12	Maximale Schnitte	268
9.13	Übungsaufgaben	271
10	Matchings	273
10.1	Matchings und die Tutte-Berge-Formel	273
10.2	Alternierende und augmentierende Wege	276
10.3	Matchings maximaler Kardinalität in bipartiten Graphen	278
10.4	Perfekte Matchings in regulären bipartiten Graphen	279
10.5	Perfekte Matchings mit minimalem Gewicht in bipartiten Graphen	281
10.6	Matchings in allgemeinen Graphen	283
10.7	Die Christofides-Heuristik	293
10.8	Gewichtsmaximale Matchings – Approximation in Linearzeit	295
10.9	Übungsaufgaben	298
11	Netzwerkdesign und Routing	301
11.1	Steinerbäume	301
11.2	Spanner	304
11.3	Median eines Baumes	306
11.4	Dynamische Flüsse	307
11.5	Übungsaufgaben	317
12	Planare Graphen	319
12.1	Grundbegriffe	319
12.2	Die Eulersche Polyederformel	322
12.3	Triangulationen	325
12.4	Kreisplanare Graphen	329
12.5	Duale Graphen	332
12.6	Färbung planarer Graphen	334
12.7	Grapheneinbettungen in (orientierbare) Mannigfaltigkeiten	336
12.8	Übungsaufgaben	337
13	Graphtransformationen	339
13.1	Tripeldarstellung von Graphen	339
13.2	Homomorphismen	339
13.3	Das Graphenisomorphieproblem	342
13.4	Homomorphismen und der Reduzierte Graph	344
13.5	Ähnlichkeit von Graphen	345
13.6	Graph-Grammatiken	349

13.7 Übungsaufgaben	351
14 Baumweite	353
14.1 Baumdekompositionen	353
14.2 Berechnung von Baumdekompositionen	357
14.3 Algorithmische Konsequenzen	359
14.4 Übungsaufgaben	369
Anhang	371
A Lösungen zu den Aufgaben	373
A.1 Schiebepuzzle	373
A.2 Kapitel 2	373
A.3 Kapitel 3	377
A.4 Kapitel 4	381
A.5 Kapitel 5	383
A.6 Kapitel 6	384
A.7 Kapitel 7	387
A.8 Kapitel 8	388
A.9 Kapitel 9	391
A.10 Kapitel 10	394
A.11 Kapitel 11	398
A.12 Kapitel 12	399
A.13 Kapitel 13	400
A.14 Kapitel 14	403
B Elementare Datenstrukturen	405
B.1 Datenstrukturen für Prioritätsschlangen	405
B.2 Verwaltung disjunkter Mengen	411
Literaturverzeichnis	415
Stichwortverzeichnis	424