

Inhaltsverzeichnis

A.	Differenzgleichungen und ihre Anwendung in den Wirtschaftswissenschaften	1
1.	Grundlegende Definitionen und Aussagen über Differenzgleichungen	3
1.1	Der Differenzenoperator	3
1.2	Zweite und höhere Differenzen	6
1.3	Eigenschaften des Differenzenoperators	8
1.4	Definition und Klassifikation von Differenzgleichungen	10
1.5	Der Lösungsbegriff	14
1.6	Grundlegende Eigenschaften der Lösungen linearer Differenzgleichungen	17
1.7	Aufgaben	19
2.	Lineare Differenzgleichungen 1. Ordnung	20
2.1	Lineare homogene Differenzgleichungen 1. Ordnung	20
2.1.1	Linear homogene Differenzgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	21
2.2	Linear inhomogene Differenzgleichungen 1. Ordnung	23
2.2.1	Linear inhomogene Differenzgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	25
2.2.2	Linear inhomogene Differenzgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten und konstanter Inhomogenität	26
2.3	Einige Anwendungen von linearen Differenzgleichungen 1. Ordnung	27
2.3.1	Das Wachstumsmodell von HARROD	27
2.3.2	Die nachschüssige Rentenformel	28
2.3.3	Das Spinnwebmodell (Cobwebmodell)	30
2.3.4	Ein Modell der Einkommensverteilung	33
2.3.5	Geometrisches Wachstum von isolierten Populationen	34
2.3.6	Logistisches Wachstum von isolierten Populationen	35
2.4	Aufgaben	37

3.	Lineare Differenzgleichungen 2. Ordnung (mit konstanten Koeffizienten)	39
3.1	Linear homogene Differenzgleichung 2. Ordnung	39
3.1.1	Geometrische Deutung der Parameter von $y_k = A r^k \cos(k\phi + B)$	49
3.2	Linear inhomogene Differenzgleichungen 2. Ordnung	53
3.3	Qualitative Analyse der Lösungen Konvergenzverhalten, Gleichgewicht, Stabilität)	60
3.4	Einige Anwendungen von linearen Differenzgleichungen 2. Ordnung	67
3.4.1	Das Multiplikator-Akzelerator-Modell von SAMUELSON	67
3.4.2	Das Multiplikatormodell von HICKS	70
3.4.3	Logistisches Wachstum von isolierten Populationen	71
3.4.4	Die Vermehrung der Kaninchen nach FIBONACCI	73
3.5	Aufgaben	74
4.	Lineare Differenzgleichungen n-ter Ordnung (mit konstanten Koeffizienten)	76
4.1	Linear homogene Differenzgleichungen n-ter Ordnung	76
4.2	Linear inhomogene Differenzgleichungen n-ter Ordnung	78
4.3	Stabilitätsbedingungen	81
4.4	Einige Anwendungen von linearen Differenzgleichungen höherer Ordnung	86
4.4.1	Das Multiplikator-Akzelerator-Modell von HICKS mit verteilten induzierten Investitionen	86
4.4.2	Das Lagerungsmodell von METZLER	88
4.5	Aufgaben	92
5.	Systeme linearer Differenzgleichungen (mit konstanten Koeffizienten)	93
5.1	Homogene Systeme linearer Differenzgleichungen 1. Ordnung	96
5.2	Inhomogene Systeme linearer Differenzgleichungen 1. Ordnung	110
5.3	Eliminationsverfahren zu Lösung linearer Differenzgleichungssysteme	113

5.4	Qualitative Analyse der Lösungen	115
5.5	Einige Anwendungen linearer Differenzgleichungssysteme	118
5.5.1	Dynamisches Input-Output-Modell	118
5.5.2	Wachstum einer Population unter Berücksichtigung des Altersaufbaus	120
5.6	Aufgaben	122
B.	Differentialgleichungen und ihre Anwendung in den Wirtschaftswissenschaften	125
6.	Grundlegende Definitionen und Aussagen über Differentialgleichungen	127
6.1	Der Differentialoperator	127
6.2	Definition und Klassifikation von Differentialgleichungen	128
6.3	Lösungen von Differentialgleichungen	129
6.4	Grundlegende Eigenschaften der Lösungen linearer Differentialgleichungen	133
7.	Differentialgleichungen 1. Ordnung und 1. Grades	135
7.1	Differentialgleichungen der Form $y' = f(x)$	135
7.2	Exakte Differentialgleichungen	137
7.3	Der integrierende Faktor	139
7.4	Differentialgleichungen mit getrennten Variablen	140
7.5	Linear homogene Differentialgleichungen 1. Ordnung	141
7.6	Linear inhomogene Differentialgleichungen 1. Ordnung	143
7.7	BERNOULLISCHE Differentialgleichungen	146
7.8	Weitere ökonomische Anwendungen von Differentialgleichungen 1. Ordnung	148
7.8.1	Die Schuldenlast	148
7.8.2	Das Preisfestsetzungsmodell von EVANS	150
7.9	Aufgaben	151

8.	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung (mit konstanten Koeffizienten)	153
8.1	Linear homogene Differentialgleichungen 2. Ordnung	153
8.2	Linear inhomogene Differentialgleichungen 2. Ordnung	158
8.3	Qualitative Analyse der Lösungen	162
8.4	Einige ökonomische Anwendungen von Differentialgleichungen 2. Ordnung	164
8.4.1	Das Multiplikatormodell von LITTLER	164
8.4.2	Multiplikator-Akzelerator-Modell von PHILLIPS	166
8.5	Aufgaben	167
9.	Lineare Differentialgleichungen n-ter Ordnung	168
9.1	Linear homogene Differentialgleichungen n-ter Ordnung	168
9.2	Linear inhomogene Differentialgleichungen n-ter Ordnung	171
9.3	Stabilitätskriterien	172
9.4	Das Stabilisierungsmodell von PHILLIPS für eine geschlossene Volkswirtschaft	174
9.5	Aufgaben	176
10.	Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	177
10.1	Homogene Systeme linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung	179
10.2	Inhomogene Systeme linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung	185
10.3	Eliminationsverfahren zur Lösung linearer Differentialgleichungssysteme	186
10.4	Qualitative Analyse der Lösungen	189
10.5	Ökonomische Anwendungen von Systemen linearer Differentialgleichungen 1. Ordnung	191
10.5.1	Das dynamische Input-Output-Modell von LEONTIEF	191
10.5.2	Das Zwei-Sektoren-Wachstumsmodell von SHINKAI	193
10.6	Aufgaben	196

C.	Wahrscheinlichkeitstheorie	199
11.	Zufallsvorgänge, Ereignisse, Algebren	200
11.1	Aufgaben	209
12.	Wahrscheinlichkeiten	210
12.1	Definition und Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	210
12.1.1	Statistische Wahrscheinlichkeit	213
12.1.2	LAPLACESche Wahrscheinlichkeit	213
12.1.3	Subjektive Wahrscheinlichkeit	214
12.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	215
12.3	Aufgaben	222
13.	Zufallsvariablen und ihre Verteilungen	225
13.1	Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsverteilung	225
13.2	Mehrdimensionale Zufallsvariablen	235
13.3	Verteilungsparameter	240
13.4	Aufgaben	243
D.	Stochastische Prozesse	245
14.	Grundlegende Definitionen und Aussagen über stochastische Prozesse	247
14.1	Klassifikation stochastischer Prozesse	248
14.2	Existenzsatz von KOLMOGOROV	256
14.3	Aufgaben	257
15.	MARKOVsche Prozesse	258
15.1	MARKOV-Ketten und Übergangswahrscheinlichkeiten	258
15.2	Klassifikation von Zuständen	269
15.3	Spezielle MARKOV-Prozesse	274
15.3.1	Geburts- oder Todesprozesse	275
15.3.2	Warteschlangenprozesse	278
15.4	Aufgaben	280

16.	WIENER-Prozesse	283
16.1	Definition und Eigenschaften des WIENER- Prozesses	283
16.2	Aktienkurs als BROWNSche Bewegung mit Drift	286
16.3	Die Optionspreisformel von BLACK und SHOLES	290
16.3.1	Optionen	290
16.3.2	Das BLACK-SHOLES-Modell	296
16.3.3	Einfluss der Eingabeparameter auf den Optionswert	300
	Lösungshinweise zu den Übungsaufgaben	302
	Anhang	
	Komplexe Zahlen und trigonometrische Funktionen	318
	Ausgewählte Literatur	323
	Sachverzeichnis	330