

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> . . . . .	1
1.1	Zum Ziel dieses Buches . . . . .	1
1.2	Zur Benutzung dieses Buches . . . . .	2
	Literatur . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Normalkontakt ohne Adhäsion</b> . . . . .	5
2.1	Einführung . . . . .	5
2.2	Boussinesq-Probleme (ohne Reibung) . . . . .	6
2.3	Lösungsalgorithmus mittels der MDR . . . . .	7
2.3.1	Vorbereitende Schritte . . . . .	7
2.3.2	Berechnungsverfahren der MDR . . . . .	8
2.4	Anwendungsgebiete . . . . .	11
2.5	Explizite Lösungen für axialsymmetrische Profile . . . . .	12
2.5.1	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	12
2.5.2	Der Kegel . . . . .	14
2.5.3	Das Paraboloid . . . . .	16
2.5.4	Die Kugel . . . . .	20
2.5.5	Das Ellipsoid . . . . .	22
2.5.6	Das Profil, das einen konstanten Druck erzeugt . . . . .	23
2.5.7	Verschiebung bei der Indentierung durch einen dünnen Kreisring . . . . .	25
2.5.8	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	26
2.5.9	Der abgeschnittene Kegel . . . . .	29
2.5.10	Das abgeschnittene Paraboloid . . . . .	32
2.5.11	Der flache zylindrische Stempel mit paraboloider Kappe . . . . .	34
2.5.12	Der Kegel mit paraboloider Kappe . . . . .	36
2.5.13	Das Paraboloid mit paraboloider Kappe . . . . .	38
2.5.14	Der flache zylindrische Stempel mit abgerundeten Ecken . . . . .	41
2.5.15	Das konkave Paraboloid (vollständiger Kontakt) . . . . .	43
2.5.16	Das konkave Profil in der Form eines Potenzgesetzes (vollständiger Kontakt) . . . . .	45

2.5.17	Das Paraboloid mit kleiner periodischer Rauigkeit (vollständiger Kontakt) . . . . .	46
2.5.18	Verschiebung im Zentrum einer beliebigen axialsymmetrischen Druckverteilung . . . . .	49
2.5.19	Kontakte mit elastischen Stempeln mit scharfen Kanten . . . . .	49
2.6	Mossakovskii-Probleme (ohne Gleiten) . . . . .	51
2.6.1	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	54
2.6.2	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	58
2.6.3	Der Kegel . . . . .	60
2.6.4	Das Paraboloid . . . . .	62
	Literatur . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Normalkontakt mit Adhäsion</b> . . . . .	<b>67</b>
3.1	Einführung . . . . .	67
3.2	Lösung des adhäsiven Normalkontaktproblems durch Rückführung auf das nicht-adhäsive Normalkontaktproblem . . . . .	70
3.3	Direkte Lösung des adhäsiven Normalkontaktproblems mittels der MDR	75
3.4	Anwendungsgebiete . . . . .	77
3.5	Explizite Lösungen für axialsymmetrische Profile in JKR-Näherung . . .	78
3.5.1	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	78
3.5.2	Der Kegel . . . . .	79
3.5.3	Das Paraboloid . . . . .	81
3.5.4	Die Kugel . . . . .	84
3.5.5	Das Ellipsoid . . . . .	85
3.5.6	Der Indenter, der eine konstante adhäsive Zugspannung erzeugt .	86
3.5.7	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	88
3.5.8	Der abgeschnittene Kegel . . . . .	92
3.5.9	Das abgeschnittene Paraboloid . . . . .	94
3.5.10	Der flache zylindrische Stempel mit paraboloider Kappe . . . . .	97
3.5.11	Der Kegel mit paraboloider Kappe . . . . .	99
3.5.12	Das Paraboloid mit paraboloider Kappe . . . . .	102
3.5.13	Der flache zylindrische Stempel mit abgerundeten Ecken . . . . .	105
3.5.14	Das Paraboloid mit kleiner periodischer Rauigkeit (vollständiger Kontakt) . . . . .	107
3.6	Adhäsion nach Bradley . . . . .	110
3.7	Adhäsion nach Derjaguin, Muller und Toporov . . . . .	110
3.8	Adhäsion nach Maugis . . . . .	111
3.8.1	Allgemeine Lösung für den adhäsiven Kontakt von rotationssymmetrischen Körpern in Dugdale-Näherung . . . .	111
3.8.2	Der JKR-Grenzfall für eine beliebige rotationssymmetrische Indenterform . . . . .	115

3.8.3	Der DMT-Grenzfall für einen beliebigen rotationssymmetrischen Körper . . . . .	115
3.8.4	Das Paraboloid . . . . .	116
3.8.5	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	120
3.9	Adhäsion nach Greenwood und Johnson . . . . .	121
	Literatur . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Tangentialkontakt . . . . .</b>	<b>125</b>
4.1	Einführung . . . . .	125
4.2	Cattaneo-Mindlin-Probleme . . . . .	128
4.3	Lösung des Tangentialkontaktproblems durch Rückführung auf das Normalkontaktproblem . . . . .	130
4.4	Lösung des Tangentialkontaktproblems mittels der MDR . . . . .	131
4.5	Anwendungsgebiete . . . . .	137
4.6	Explizite Lösungen für axialsymmetrische Tangentialkontaktprobleme .	138
4.6.1	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	138
4.6.2	Der Kegel . . . . .	139
4.6.3	Das Paraboloid . . . . .	141
4.6.4	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	145
4.6.5	Der abgeschnittene Kegel . . . . .	147
4.6.6	Das abgeschnittene Paraboloid . . . . .	151
4.6.7	Der flache zylindrische Stempel mit paraboloider Kappe . . . . .	154
4.6.8	Der Kegel mit abgerundeter Spitze . . . . .	157
4.6.9	Das Paraboloid mit paraboloider Kappe . . . . .	162
4.6.10	Der flache zylindrische Stempel mit abgerundeten Ecken . . . . .	166
4.7	Adhäsiver Tangentialkontakt . . . . .	168
4.7.1	Adhäsiver Tangentialkontakt für ein parabolisches Profil . . . . .	172
	Literatur . . . . .	172
<b>5</b>	<b>Torsionskontakt . . . . .</b>	<b>173</b>
5.1	Kontakte ohne Gleiten . . . . .	173
5.1.1	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	173
5.1.2	Der dünne Kreisring . . . . .	174
5.2	Kontakte mit Gleiten . . . . .	176
5.2.1	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	178
5.2.2	Das Paraboloid . . . . .	181
	Literatur . . . . .	183
<b>6</b>	<b>Verschleiß . . . . .</b>	<b>185</b>
6.1	Verschleiß durch globales Gleiten . . . . .	186
6.1.1	Verschleiß bei konstanter Höhe . . . . .	187
6.1.2	Verschleiß bei konstanter Normalkraft . . . . .	187
6.2	Fretting-Verschleiß . . . . .	190

6.2.1	Bestimmung des Radius des permanenten Haftgebietes . . . . .	193
6.2.2	Der Kegel . . . . .	194
6.2.3	Das Paraboloid . . . . .	195
6.2.4	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	196
6.2.5	Der abgeschnittene Kegel . . . . .	197
6.2.6	Das abgeschnittene Paraboloid . . . . .	198
6.2.7	Weitere Körper . . . . .	199
	Literatur . . . . .	202
<b>7</b>	<b>Transversal isotrope Probleme . . . . .</b>	<b>203</b>
7.1	Einführung . . . . .	203
7.2	Normalkontakt ohne Adhäsion . . . . .	205
7.3	Normalkontakt mit Adhäsion . . . . .	207
7.4	Tangentialkontakt . . . . .	207
7.4.1	„Cattaneo-Mindlin“-Näherung für den transversal isotropen Kontakt . . . . .	209
7.5	Zusammenfassung zur Berechnung von transversal isotropen Kontakten . . . . .	210
	Literatur . . . . .	211
<b>8</b>	<b>Viskoelastische Werkstoffe . . . . .</b>	<b>213</b>
8.1	Allgemeine Informationen und Definitionen zu linear viskoelastischen Medien . . . . .	214
8.1.1	Zeitlich abhängiger Schubmodul und Kriechfunktion . . . . .	214
8.1.2	Komplexer, frequenzabhängiger Schubmodul . . . . .	216
8.1.3	Rheologische Modelle . . . . .	217
8.1.4	Anwendung der MDR auf viskoelastische Medien . . . . .	222
8.1.5	Beschreibung von Elastomeren nach Radok . . . . .	224
8.1.6	Allgemeines Lösungsverfahren nach Lee und Radok . . . . .	226
8.2	Explizite Lösungen für Kontakte mit viskoelastischen Medien mit Hilfe der MDR . . . . .	227
8.2.1	Eindruck eines zylindrischen Stempels in eine linear viskose Flüssigkeit . . . . .	227
8.2.2	Eindruck eines Kegels in eine linear viskose Flüssigkeit . . . . .	228
8.2.3	Eindruck eines parabolischen Indenters in eine linear viskose Flüssigkeit . . . . .	229
8.2.4	Eindruck eines Kegels in ein Kelvin-Medium . . . . .	230
8.2.5	Eindruck eines starren zylindrischen Indenters in ein „Standard-Medium“ . . . . .	231
8.3	Explizite Lösungen für Kontakte mit viskoelastischen Medien nach Lee und Radok . . . . .	231
8.3.1	Konstanter Kontaktradius . . . . .	231

8.3.2	Konstante Normalkraft (Shore-Härtemessung) . . . . .	232
8.3.3	Nicht-monotone Indentierung: Kontaktradius mit einem einzelnen Maximum . . . . .	235
8.4	Normalkontakt mit kompressiblen viskoelastischen Medien . . . . .	239
8.4.1	Das kompressible viskoelastische Materialgesetz . . . . .	239
8.4.2	Abbildbarkeit des kompressiblen Normalkontaktproblems . . . . .	240
8.4.3	Normalkontakt für einen kompressiblen Kelvin-Körper . . . . .	242
8.5	Fretting-Verschleiß von Elastomeren . . . . .	244
8.5.1	Bestimmung des Radius des permanenten Haftgebietes . . . . .	246
8.5.2	Fretting-Verschleiß eines parabolischen Profils auf einem Kelvin-Körper . . . . .	248
	Literatur . . . . .	249
<b>9</b>	<b>Kontaktprobleme funktionaler Gradientenmaterialien . . . . .</b>	<b>251</b>
9.1	Reibungsfreier Normalkontakt ohne Adhäsion . . . . .	253
9.1.1	Berechnungsgrundlagen der MDR . . . . .	253
9.1.2	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	256
9.1.3	Der Kegel . . . . .	258
9.1.4	Das Paraboloid . . . . .	261
9.1.5	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	263
9.1.6	Das konkave Paraboloid (vollständiger Kontakt) . . . . .	265
9.1.7	Das Profil, das einen konstanten Druck erzeugt . . . . .	268
9.1.8	Anmerkungen zum linear-inhomogenen Halbraum – das Gibson-Medium . . . . .	269
9.2	Reibungsfreier Normalkontakt mit Adhäsion nach JKR . . . . .	270
9.2.1	Berechnungsgrundlagen der MDR und allgemeine Lösung . . . . .	270
9.2.2	Der flache zylindrische Stempel . . . . .	272
9.2.3	Das Paraboloid . . . . .	273
9.2.4	Das Profil in der Form eines Potenzgesetzes . . . . .	277
9.2.5	Das konkave Paraboloid (vollständiger Kontakt) . . . . .	279
9.2.6	Das konkave Profil optimaler Form . . . . .	281
9.3	Tangentialkontakt . . . . .	282
9.3.1	Berechnungsgrundlagen und einschränkende Annahmen . . . . .	282
9.3.2	Tangentialkontakt zwischen Kugeln (parabolische Näherung) . . . . .	284
9.3.3	Oszillierender Tangentialkontakt zwischen Kugeln . . . . .	286
	Literatur . . . . .	289

<b>10</b>	<b>Kontakte ohne kompaktes Kontaktgebiet</b>	293
10.1	Reibungsfreier Normalkontakt ohne Adhäsion	293
10.1.1	Der flache hohlzylindrische Stempel	294
10.1.2	Der konkave Kegel	297
10.1.3	Das konkave Paraboloid	300
10.1.4	Der flache zylindrische Stempel mit kreisrunder zentrischer Nut	303
10.1.5	Der Torus	304
10.1.6	Der toroidale Indenter mit Potenzprofil	304
10.1.7	Der Indenter, der einen konstanten Druck über einem Kreisring erzeugt	306
10.2	Reibungsfreier Normalkontakt mit JKR-Adhäsion	307
10.2.1	Der flache hohlzylindrische Stempel	308
10.2.2	Der toroidale Indenter mit Potenzprofil	310
10.3	Torsionskontakt	311
10.3.1	Der flache hohlzylindrische Stempel	312
	Literatur	314
<b>11</b>	<b>Anhang</b>	317
11.1	Normalverschiebungen unter Wirkung der „Stempel-Druckverteilung“	318
11.2	Normalkontakt axialsymmetrischer Profile mit kompaktem Kontaktgebiet	321
11.3	Adhäsiver Kontakt axialsymmetrischer Profile mit kompaktem Kontaktgebiet	323
11.4	Adhäsiver Kontakt axialsymmetrischer Profile mit kompaktem Kontaktgebiet für funktionale Gradientenmaterialien	325
11.5	Tangentialkontakt axialsymmetrischer Profile mit kompaktem Kontaktgebiet	325
11.6	Definitionen von Spezialfunktionen, die in diesem Buch benutzt werden	328
11.6.1	Elliptische Integrale	328
11.6.2	Die Gamma-Funktion	329
11.6.3	Die Beta-Funktion	330
11.6.4	Die Hypergeometrische Funktion	331
11.6.5	Die Struve-H-Funktion	331
11.7	Lösung von axialsymmetrischen Kontaktproblemen nach Föppl und Schubert	332
	Literatur	336
	<b>Sachverzeichnis</b>	337