

Kurzinhaltsverzeichnis

| | | |
|------------|--|------------|
| I | Relativistische Quantenmechanik | 1 |
| 1 | Einleitung zur Relativistischen Quantenmechanik | 3 |
| 2 | Dirac-Theorie des Elektrons und des Neutrinos | 4 |
| 3 | Anwendungen der Dirac-Theorie | 86 |
| 4 | Klein-Gordon-Theorie | 116 |
| | | |
| II | Quantenfeldtheorie | 133 |
| 5 | Einleitung zur Quantenfeldtheorie | 135 |
| 6 | Fock-Darstellung von Viel-Teilchen-Zuständen | 137 |
| 7 | Klassische relativistische Feldtheorie | 156 |
| 8 | Kanonische Feldquantisierung | 189 |
| 9 | Wechselwirkende Felder | 250 |
| 10 | Quantenelektrodynamik | 276 |
| | | |
| III | Einführung in die Elementarteilchentheorie | 373 |
| 11 | Einleitung zur Elementarteilchentheorie | 375 |
| 12 | Elemente der Gruppentheorie | 391 |
| 13 | Gruppierung von Teilchenzuständen | 423 |
| 14 | Teilchen, Felder und Lagrange-Funktion | 441 |
| 15 | Eichinvarianz und Eichfelder | 451 |
| 16 | Standardmodell | 477 |
| 17 | Über das Standardmodell hinausführende Entwicklungen | 523 |
| | Literaturverzeichnis | 539 |

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| I | Relativistische Quantenmechanik | 1 |
| 1 | Einleitung zur Relativistischen Quantenmechanik | 3 |
| 2 | Dirac-Theorie des Elektrons und des Neutrinos | 4 |
| 2.1 | Ergebnisse der klassischen relativistischen Mechanik | 4 |
| 2.2 | Aufstellung der Dirac-Gleichung | 7 |
| 2.2.1 | Dirac-Gleichung im kräftefreien Fall | 10 |
| 2.2.2 | Bestimmung der Dirac-Matrizen α_i und β | 14 |
| 2.2.3 | Dirac-Gleichung mit elektromagnetischem Feld | 16 |
| 2.3 | Operatoren, Mittelwerte und Ehrenfest'sches Theorem | 17 |
| 2.4 | Ebene-Welle-Lösungen für freie Teilchen | 20 |
| 2.5 | Wellenpakete und Gruppengeschwindigkeit | 24 |
| 2.6 | Frontgeschwindigkeit von Wellenpaketen | 26 |
| 2.7 | Mischung positiver und negativer Energien | 29 |
| 2.8 | Nicht-relativistischer Grenzfall der Dirac-Gleichung | 33 |
| 2.8.1 | Zeitunabhängige Felder A und Φ | 34 |
| 2.8.2 | Zeitabhängige Felder A und Φ | 39 |
| | Exkurs 2.1: Ableitungs-Linearisierung der Schrödinger-Gleichung . . . | 40 |
| 2.9 | Spinoperator Σ | 42 |
| 2.10 | Kovarianz der Dirac-Gleichung | 45 |
| | Exkurs 2.2: Allgemeines Transformationsgesetz für Dirac-Spinoren . . . | 49 |
| 2.11 | Eigenschaften der Dirac-Matrizen γ^α | 53 |
| 2.12 | Kovariante Kontinuitätsgleichung | 55 |
| 2.13 | Diracs Löchertheorie und Theorie des Positrons | 57 |
| 2.13.1 | Lösungen negativer Energie und Löchertheorie | 57 |
| 2.13.2 | Positronlösungen durch Ladungskonjugation | 62 |
| 2.13.3 | P-Invarianz, T-Invarianz und CPT-Symmetrie | 66 |
| 2.14 | Dirac-Gleichung für Neutrinos | 74 |
| 2.15 | Viel-Teilchen-Phänomene in der Dirac-Theorie | 76 |
| 2.15.1 | Kleinsches Paradoxon | 76 |
| 2.15.2 | Polarisation des Vakuums | 79 |
| 2.15.3 | Orts-Impuls-Unschärferelation und Paarerzeugung | 80 |
| | Aufgaben | 81 |
| 3 | Anwendungen der Dirac-Theorie | 86 |
| 3.1 | Zitterbewegung des Elektrons | 86 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 3.2 | Zerlegung der Dirac-Gleichung in zwei zweikomponentige Gleichungen | 89 |
| 3.2.1 | Freie Teilchen | 90 |
| 3.2.2 | Teilchen mit elektromagnetischer Wechselwirkung | 96 |
| 3.3 | Zur Feinstruktur des Wasserstoffatoms | 101 |
| 3.4 | Relativistisches Wasserstoffatom bei ruhendem Kern | 103 |
| 3.4.1 | Einführen von Polarkoordinaten und Variablenseparation | 104 |
| 3.4.2 | Lösung für die winkelabhängigen Funktionen | 107 |
| 3.4.3 | Lösung der Radialgleichungen, Energieeigenwerte und Eigenzustände | 108 |
| 3.4.4 | Diskussion der Energieniveaus | 110 |
| 3.5 | Zur Hyperfeinstruktur des Wasserstoffatoms | 112 |
| | Aufgaben | 113 |
| 4 | Klein-Gordon-Theorie | 116 |
| 4.1 | Klein-Gordon-Schrödinger-Gleichung | 116 |
| 4.2 | Nicht-relativistischer Grenzfall | 119 |
| 4.3 | Schrödinger-Form der Klein-Gordon-Schrödinger-Gleichung | 120 |
| 4.4 | Geschwindigkeitsoperator | 122 |
| 4.5 | Ebene-Welle-Lösungen für freie Teilchen | 123 |
| 4.6 | Ladungskonjugation | 124 |
| 4.7 | Reinterpretation der Klein-Gordon-Theorie | 125 |
| 4.7.1 | Kontinuitätsgleichung, Teilchendichte und Teilchenstrom | 125 |
| 4.7.2 | Physikalische Interpretation | 126 |
| 4.8 | Ladungskonjugation und CPT-Symmetrie | 129 |
| | Aufgaben | 130 |
| II | Quantenfeldtheorie | 133 |
| 5 | Einleitung zur Quantenfeldtheorie | 135 |
| 6 | Fock-Darstellung von Viel-Teilchen-Zuständen | 137 |
| 6.1 | Darstellung von N -Teilchen-Zuständen | 137 |
| 6.2 | Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Bosonen | 139 |
| 6.3 | Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für Fermionen | 142 |
| 6.4 | Besetzungszahl- und Teilchenzahloperatoren | 145 |
| 6.5 | Darstellung physikalischer Observablen durch Erzeuger und Vernichter | 146 |
| 6.6 | Feldoperatoren | 150 |
| 6.6.1 | Unitäre Transformation zu Feldoperatoren | 150 |
| 6.6.2 | Darstellung physikalischer Observablen durch Feldoperatoren | 151 |
| | Aufgaben | 153 |
| 7 | Klassische relativistische Feldtheorie | 156 |
| 7.1 | Mechanisches Beispiel einer Feldtheorie | 157 |
| 7.2 | Hamiltonsches Prinzip für Feldtheorien | 159 |
| 7.3 | Hamiltonsche Bewegungsgleichungen für Feldtheorien | 161 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 7.4 | Anwendung auf spezielle Felder | 164 |
| 7.4.1 | Schrödinger-Feld | 164 |
| 7.4.2 | Klein-Gordon-Schrödinger-Feld | 167 |
| 7.4.3 | Maxwell-Feld | 170 |
| 7.4.4 | Dirac-Feld | 172 |
| 7.5 | Noether-Theorem und Erhaltungssätze | 174 |
| 7.5.1 | Ableitung des allgemeinen Noether-Theorems | 174 |
| 7.5.2 | Translationsinvarianz und Energie-Impuls-Erhaltung | 177 |
| 7.5.3 | Rotationsinvarianz und Drehimpulserhaltung | 180 |
| 7.5.4 | Eichinvarianz und Ladungserhaltung | 184 |
| | Aufgaben | 185 |
| 8 | Kanonische Feldquantisierung | 189 |
| 8.1 | Quantisierung des Schrödinger-Feldes | 191 |
| 8.1.1 | Quantisierung für Bosonen | 192 |
| 8.1.2 | Jordan-Wigner-Quantisierung für Fermionen | 199 |
| 8.1.3 | Zur physikalischen Bedeutung der Feldquantisierung | 201 |
| 8.2 | Quantisierung des Klein-Gordon-Schrödinger-Feldes | 202 |
| 8.2.1 | Bosonische Feldquantisierung | 203 |
| 8.2.2 | Lorentz-invariante Vertauschungsrelationen | 214 |
| 8.2.3 | Mikrokausalität | 216 |
| 8.3 | Quantisierung des Maxwellischen Vakuumfeldes | 218 |
| 8.3.1 | Zahl der Freiheitsgrade des freien Feldes | 218 |
| 8.3.2 | Vertauschungsrelationen und Bewegungsgleichung | 219 |
| 8.3.3 | Entwicklung nach Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren | 222 |
| 8.3.4 | Energie und Impuls der Photonen | 226 |
| 8.3.5 | Teilchenzahloperatoren und Metrik des Photonen-Hilbert-Raums | 227 |
| 8.3.6 | Berücksichtigung der Lorenz-Eichung | 229 |
| 8.3.7 | Photonenspin | 231 |
| 8.3.8 | Vakuumfluktuationen | 234 |
| 8.4 | Quantisierung des freien Dirac-Feldes | 236 |
| 8.4.1 | Bewegungsgleichung für den Feldoperator $\hat{\psi}(\mathbf{x}, t)$ | 237 |
| 8.4.2 | Entwicklung nach ebenen Wellen | 238 |
| 8.4.3 | Eigenschaften der Spinoren $u(l, \mathbf{p})$ und $v(l, \mathbf{p})$ | 245 |
| | Aufgaben | 247 |
| 9 | Wechselwirkende Felder | 250 |
| | Exkurs 9.1: Erinnerung an das Wechselwirkungsbild | 252 |
| 9.1 | Zeitgeordnete Produkte | 255 |
| 9.2 | Wicksches Theorem | 258 |
| 9.3 | Propagatoren | 264 |
| 9.3.1 | Feynman-Propagator des Klein-Gordon-Schrödinger-Feldes | 264 |
| | Exkurs 9.2: Hilfsmittel aus der Funktionentheorie | 265 |
| 9.3.2 | Feynman-Propagator des Dirac-Feldes | 269 |
| 9.3.3 | Feynman-Propagator des Maxwell-Feldes | 271 |
| 9.4 | Anwendung der Störungstheorie auf Streuprozesse | 273 |

| | |
|--|------------|
| Aufgaben | 274 |
| 10 Quantenelektrodynamik | 276 |
| 10.1 Alphabet der Feynman-Diagramme | 278 |
| 10.2 Streuprozesse erster Ordnung | 280 |
| 10.2.1 Streuprozesse freier Teilchen | 280 |
| 10.2.2 Elektronenstreuung an festem Kern | 285 |
| 10.3 Streuprozesse zweiter Ordnung | 292 |
| 10.3.1 Übergangsamplituden | 299 |
| 10.4 Wirkungsquerschnitt von Zwei-Teilchen-Stößen | 305 |
| 10.5 Teilchenzerfälle | 315 |
| 10.6 Feynman-Regeln | 317 |
| 10.6.1 Feynman-Regeln der QED im Impulsraum | 317 |
| 10.7 Korrekturen vierter Ordnung | 320 |
| 10.8 Strahlungskorrekturen | 322 |
| 10.8.1 Primitiv divergente Feynman-Graphen | 322 |
| 10.8.2 Vakuumgraphen und Fermionenringe | 324 |
| 10.8.3 Photon-Photon-Streuung | 325 |
| 10.8.4 Selbstenergien, Vertexkorrektur und Ward-Identität | 326 |
| 10.9 Dimensionsmäßige Regularisierung | 329 |
| Exkurs 10.1: Mathematische Hilfsmittel zur Regularisierung | 330 |
| 10.10 Renormierung | 339 |
| 10.10.1 Vorbereitung | 339 |
| 10.10.2 Renormierung in niedrigster Ordnung | 344 |
| 10.11 Auswirkungen regulärer Strahlungskorrekturen | 349 |
| 10.11.1 Uehling-Potential | 349 |
| 10.11.2 Anomales magnetisches Moment des Elektrons | 352 |
| 10.12 Strahlungskorrekturen höherer Ordnung und Renormierbarkeit | 361 |
| 10.13 Quantentheorie versus Quantenfeldtheorie | 364 |
| Aufgaben | 368 |
| | |
| III Einführung in die Elementarteilchentheorie | 373 |
| 11 Einleitung zur Elementarteilchentheorie | 375 |
| 11.1 Historischer Rückblick auf die Entdeckung der Elementarteilchen | 378 |
| 11.2 Erster Überblick | 385 |
| Aufgaben | 390 |
| | |
| 12 Elemente der Gruppentheorie | 391 |
| 12.1 Definitionen | 391 |
| 12.2 Morphismen, Wirkung und Darstellung von Gruppen | 396 |
| 12.3 Matrixgruppen | 400 |
| 12.4 Lie-Gruppen und Generatoren | 403 |
| 12.5 Lineare Lie-Gruppen | 405 |
| 12.6 Lie-Algebra der Generatoren | 407 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 12.7 | Erzeuger der Gruppe $SU(2)$ | 409 |
| 12.8 | Gruppe $SO(3)$ | 410 |
| 12.9 | Lokale Äquivalenz der Gruppen $SU(2)$ und $SO(3)$ | 413 |
| 12.10 | Gruppe $SU(3)$ | 415 |
| 12.11 | Höherdimensionale Darstellungen der Gruppe $SU(2)$ | 416 |
| 12.12 | Gruppen und Symmetrien | 418 |
| 12.13 | Anhang: Ergebnisse aus der Matrizen­theorie | 418 |
| | 12.13.1 Invarianten äquivalenter Matrizen | 418 |
| | 12.13.2 Determinante der Matrix e^J | 419 |
| | 12.13.3 Determinante unitärer Matrizen | 420 |
| | 12.13.4 Eigenschaften der Pauli-Matrizen | 420 |
| | Aufgaben | 421 |
| 13 | Gruppierung von Teilchenzuständen | 423 |
| 13.1 | Spin 1/2 und Gruppe $SU(2)$ | 424 |
| 13.2 | Isospin | 427 |
| 13.3 | Farbladung und Gruppe $SU(3)$ | 433 |
| 13.4 | Baryonen aus u, d und s | 434 |
| 13.5 | Mesonen aus u, d und s | 438 |
| | Aufgaben | 440 |
| 14 | Teilchen, Felder und Lagrange-Funktion | 441 |
| 14.1 | Lagrange-Funktion und Hamiltonsches Variationsprinzip für Felder | 441 |
| 14.2 | Klein-Gordon-Schrödinger-Gleichung | 442 |
| 14.3 | Maxwell- und Proca-Gleichungen | 443 |
| 14.4 | Lorentz-Invarianz und Dirac-Gleichung | 444 |
| | Aufgaben | 450 |
| 15 | Eichinvarianz und Eichfelder | 451 |
| 15.1 | $U(1)$ -Invarianz von Klein-Gordon-Schrödinger- und Dirac-Feld | 452 |
| 15.2 | $SU(2)$ -Invarianz und Yang-Mills-Feld | 456 |
| | 15.2.1 Feldgleichungen für das Yang-Mills-Feld | 462 |
| 15.3 | $SU(3)$ -Invarianz und Gluonenfeld | 464 |
| | Exkurs 15.1: Geometrische Interpretation der kovarianten Ableitung | 465 |
| 15.4 | Gebrochene Eichsymmetrie und Ruhemassen | 467 |
| | 15.4.1 Brechung einer globalen $U(1)$ -Symmetrie | 468 |
| | 15.4.2 Brechung einer lokalen $U(1)$ -Symmetrie und Higgs-Mechanismus | 473 |
| | Aufgaben | 475 |
| 16 | Standardmodell | 477 |
| 16.1 | Voraussetzungen des Standardmodells | 477 |
| 16.2 | Weinberg-Salam-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung | 479 |
| | 16.2.1 Leptonenanteil \mathcal{L}_L | 479 |
| | Exkurs 16.1: Fall unterschiedlicher $U(1)$ -Kopplungsfelder | 486 |
| | 16.2.2 Lagrange-Dichte \mathcal{L}_B für freie Bosonenfelder | 487 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 16.2.3 | Modifizierte Maxwell-Gleichungen | 490 |
| 16.3 | Einbeziehung der Quarks | 491 |
| 16.3.1 | $U(1)$ - und $SU(2)$ -invarianter \mathcal{L} -Anteil der Quarks | 491 |
| 16.3.2 | $SU(3)$ -invarianter \mathcal{L} -Anteil der Quarks: Quantenchromodynamik | 493 |
| 16.4 | Erklärung der Teilchenmassen mit Hilfe eines Higgs-Feldes | 494 |
| 16.4.1 | Bosonenmassen | 494 |
| 16.4.2 | Leptonenmassen | 500 |
| 16.4.3 | Ruhmassen freier Quarks | 502 |
| | Exkurs 16.2: Quarkeinschluß und Gluonen | 504 |
| 16.4.4 | Quarkmischung | 507 |
| 16.5 | Gesamt-Lagrange-Dichte | 513 |
| 16.6 | Kosmologische Implikationen des Higgs-Feldes | 515 |
| 16.7 | Experimentelle Tests des Standardmodells | 517 |
| 16.7.1 | Nachweis der Eichbosonen | 517 |
| 16.7.2 | Zahl der Familien | 518 |
| 16.7.3 | Weitere Tests | 519 |
| 16.7.4 | Zum Nachweis des Higgs-Bosons | 519 |
| 16.8 | Anhang zur Diagonalisierung von Matrizen | 520 |
| | Aufgaben | 521 |
| 17 | Über das Standardmodell hinausführende Entwicklungen | 523 |
| 17.1 | Neutrinomassen und Neutrinooszillationen | 523 |
| 17.1.1 | Neutrinos als massive Majorana-Teilchen | 524 |
| 17.1.2 | Neutrinooszillationen | 525 |
| 17.2 | Große Vereinheitlichungstheorien | 528 |
| 17.3 | Supersymmetrie, Einbindung der Gravitation und Superstringtheorien | 534 |
| | Aufgaben | 538 |
| | Literaturverzeichnis | 539 |
| | Sachregister | 540 |