

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kapitel 1: Grundbegriffe der Mathematik</b>	<b>1</b>
1.1 Mengen	1
1.2 Eigenschaften von Objekten – Eigenschaften von Mengen	2
1.3 Die Angabe von Mengen	3
1.4 Die Darstellung von Mengen	5
1.5 Name für Objekte	7
1.6 Variable	8
1.7 Die Gleichheit von Objekten	11
1.8 Gleichungen	16
1.9 Teilmengen, Obermengen, Inklusion	20
1.10 Die Potenzmenge	22
1.11 Mengenbildungen	24
1.12 Rechenregeln	28
1.13 Disjunkte Mengen, Partitionen	31
1.14 Kartesische Produkte und deren Darstellung	32
1.15 Relationen	36
1.16 Äquivalenzrelationen	39
1.17 Abbildungen, Funktionen	42
1.18 Angabe und Darstellung von Funktionen	45
1.19 Injektive, surjektive und bijektive Funktionen	47
1.20 Umkehrfunktionen, zusammengesetzte Funktionen	49
1.21 Übungen	53
1.22 Lösungen der Übungsaufgaben	55
<b>Kapitel 2: Zahlen und Rechenoperationen</b>	<b>59</b>
2.1 Der Zahlbegriff und die natürlichen Zahlen	59
2.2 Das Induktionspostulat	62
2.3 Folgen	64
2.4 Ein Anzahlproblem	66
2.5 Permutationen	69
2.6 Die Ordnung der natürlichen Zahlen	71
2.7 Die ganzen Zahlen	72
2.8 Operationen auf Mengen	74
2.9 Gruppen	77
2.10 Brüche und rationale Zahlen	79
2.11 Ringe und Körper	83
2.12 Rechenregeln und Vereinbarungen	85
2.13 Die Ordnung der rationalen Zahlen	90
2.14 Übungen	91
2.15 Lösungen der Übungsaufgaben	93

<b>Kapitel 3: Mathematische Theorien</b>	99
3.1 Aussagen und Aussageformen	99
3.2 Die logische Struktur von Aussagen.	100
3.3 Wahrheitstabellen. Allgemeingültige Aussagenverbindungen	103
3.4 Quantoren	105
3.5 Beweis quantifizierter Aussagen	107
3.6 Primitive Ausdrücke	108
3.7 Definitionen	109
3.8 Postulate und Theoreme	111
3.9 Beweisregeln	113
3.10 Direkte und indirekte Beweise	115
3.11 Übungen	118
3.12 Lösungen der Übungsaufgaben.	119
<b>Kapitel 4: Reelle und komplexe Zahlen</b>	123
4.1 Längenmessung	123
4.2 Obere und untere Schranken	125
4.3 Der Körper der reellen Zahlen	126
4.4 Rationale Approximationen	127
4.5 Zwei spezielle Funktionen	131
4.6 Eigenschaften der Betragsfunktion	133
4.7 Umgebungen	135
4.8 Der Grenzwertbegriff	137
4.9 Rechnen mit Grenzwerten	142
4.10 Bestimmte Divergenz	146
4.11 Der Körper der komplexen Zahlen	150
4.12 Die komplexe Ebene	154
4.13 Unendliche Reihen	157
4.14 Übungen	161
4.15 Lösungen der Übungsaufgaben.	163
<b>Kapitel 5: Lineare Gleichungen</b>	168
5.1 Lineare Gleichungen	168
5.2 Matrizen und Vektoren	173
5.3 Operationen mit Matrizen und Vektoren	175
5.4 Geometrische Deutung	180
5.5 Die Determinante einer quadratischen Matrix	185
5.6 Weitere Rechenregeln	189
5.7 Die inverse Matrix. Gleichungssysteme mit regulärer quadratischer Matrix	192
5.8 Das Gauß-Jordan-Verfahren.	195
6.9 Übungen	203
5.10 Lösungen der Übungsaufgaben.	205
<b>Kapitel 6: Analytische Geometrie</b>	212
6.1 Die Koordinatenmethode	212
6.2 Punkte und Ortsvektoren. Parameterdarstellungen	213
6.3 Winkel und Winkelfunktionen	216

6.4 Die Geradengleichung . . . . .	220
6.5 Steigung und Achsenabschnitt . . . . .	223
6.6 Der Winkel zwischen zwei Geraden . . . . .	225
6.7 Die Parameterdarstellung einer Ebene . . . . .	228
6.8 Die Ebenennormale . . . . .	230
6.9 Die Gerade im Raum . . . . .	232
6.10 Polarkoordinaten . . . . .	233
6.11 Translationen . . . . .	236
6.12 Drehungen . . . . .	238
6.13 Quadratische Gleichungen in zwei Unbekannten . . . . .	240
6.14 Die Lösungsmengen quadratischer Gleichungen . . . . .	244
6.15 Übungen . . . . .	248
6.16 Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	250
<b>Kapitel 7: Elementare Funktionen . . . . .</b>	<b>257</b>
7.1 Polynome . . . . .	257
7.2 Rechnen mit Polynomen . . . . .	261
7.3 Der Divisionsalgorithmus . . . . .	263
7.4 Zerlegung in Faktoren . . . . .	265
7.5 Interpolation . . . . .	267
7.6 Rationale Funktionen . . . . .	269
7.7 Partialbruchzerlegung . . . . .	272
7.8 Potenzreihen . . . . .	274
7.9 Die Exponentialfunktion . . . . .	277
7.10 Der natürliche Logarithmus . . . . .	280
7.11 Die allgemeine Exponentialfunktion und deren Umkehrfunktion. Potenzfunktionen . . . . .	283
7.12 Die Potenzreihen der Winkelfunktionen . . . . .	286
7.13 Die Arkusfunktionen . . . . .	290
7.14 Grenzwerte von Funktionen . . . . .	293
7.15 Stetigkeit . . . . .	298
7.16 Übungen . . . . .	300
7.17 Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	301
<b>Kapitel 8: Differential- und Integralrechnung . . . . .</b>	<b>307</b>
8.1 Vorbemerkungen . . . . .	307
8.2 Die Ableitung einer Funktion . . . . .	308
8.3 Rechenregeln . . . . .	312
8.4 Das Differential . . . . .	317
8.5 Höhere Ableitungen . . . . .	320
8.6 Das Taylorpolynom . . . . .	322
8.7 Extremwerte von Funktionen . . . . .	325
8.8 Die Bestimmung von Nullstellen . . . . .	334
8.9 Funktionen von zwei Variablen . . . . .	337
8.10 Partielle Ableitungen . . . . .	340
8.11 Stammfunktionen . . . . .	343
8.12 Flächenmessung . . . . .	345
8.13 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung . . . . .	352
8.14 Die Länge eines ebenen Kurvenstückes . . . . .	356

8.15	Differentialgleichungen . . . . .	358
8.16	Übungen. . . . .	365
8.17	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	367
<b>Kapitel 9: Die Grundzüge der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .</b>		<b>376</b>
9.1	Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik . . . . .	376
9.2	Ereignisse und Versuche . . . . .	377
9.3	Ereignisse als Teilmengen . . . . .	379
9.4	Die klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition . . . . .	381
9.5	Statistische Wahrscheinlichkeiten . . . . .	384
9.6	Die axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	386
9.7	Folgerungen aus den Axiomen . . . . .	388
9.8	Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	390
9.9	Zufallsgrößen. . . . .	394
9.10	Die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsgröße . . . . .	398
9.11	Erwartungswerte . . . . .	402
9.12	Die Varianz einer Zufallsgröße . . . . .	406
9.13	Übungen. . . . .	407
9.14	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	408
<b>Kapitel 10: Rechentechnik . . . . .</b>		<b>414</b>
10.1	Geschichtliches zur Rechentechnik. . . . .	414
10.2	Die elektronische Rechenmaschine. . . . .	415
10.3	Das Dualsystem . . . . .	417
10.4	Schaltlogik . . . . .	419
10.5	Die Schaltungsalgebra . . . . .	423
10.6	Das Flipflop . . . . .	426
10.7	Die Addition von Dualzahlen und die Darstellung negativer Zahlen . . . . .	429
10.8	Ein Addierwerk. . . . .	432
10.9	Die Uhr . . . . .	434
10.10	Programme . . . . .	436
10.11	Übungen. . . . .	440
10.12	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	441
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>		<b>445</b>