

Inhaltsverzeichnis

Analytische Geometrie in der Ebene		21
§ 1. Grundsätzliches über die analytische Geometrie		21
§ 2. Koordinaten		22
§ 3. Rechtwinkliges Koordinatensystem		22
§ 4. Rechtwinklige Koordinaten		23
§ 5. Winkelbereiche oder Quadranten		24
§ 6. Schiefwinkliges Koordinatensystem		25
§ 7. Die Geradengleichung		25
§ 8. Gegenseitige Lage von Punkt und Kurve		27
§ 9. Gegenseitige Lage zweier Kurven		27
§ 10. Der Abstand zwischen zwei Punkten		28
§ 11. Teilabschnitte mit gegebenem Verhältnis		28
§ 12. Die Determinante zweiter Ordnung		30
§ 13. Der Flächeninhalt eines Dreiecks		30
§ 14. Die Geradengleichung in der nach y aufgelösten Form		31
§ 15. Achsenparallele Geraden		33
§ 16. Die allgemeine Geradengleichung		34
§ 17. Konstruktion einer Geraden aus ihrer Gleichung		35
§ 18. Parallelitätsbedingung für Geraden		36
§ 19. Schnittpunkte von Geraden		37
§ 20. Bedingung für die Orthogonalität zweier Geraden		38
§ 21. Der Winkel zwischen zwei Geraden		39
§ 22. Bedingung dafür, daß drei Punkte auf einer Geraden liegen		42
§ 23. Gleichung einer Geraden durch zwei gegebene Punkte		42
§ 24. Geradenbüschel		43
§ 25. Die Gleichung einer Geraden, die parallel zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt verläuft		46
§ 26. Die Gleichung einer Geraden durch einen gegebenen Punkt und orthogonal zu einer gegebenen Geraden		46
§ 27. Gegenseitige Lage einer Geraden und eines Punktpaares		47
§ 28. Der Abstand eines Punktes von einer Geraden		47
§ 29. Die Polarparameter der Geraden		49
§ 30. Die Normalform der Geradengleichung		51
§ 31. Die Bestimmung der Geradengleichung in Normalform		52
§ 32. Achsenabschnitte		53
§ 33. Die Abschnittsgleichung der Geraden		54
§ 34. Koordinatentransformation (Erläuterung der Methode)		54
§ 35. Verschiebung des Koordinatenursprungs		55

§ 36. Achsendrehung	56
§ 37. Algebraische Kurven und ihr Grad	58
§ 38. Der Kreis.	59
§ 39. Bestimmung des Mittelpunktes und des Radius eines Kreises	60
§ 40. Die Ellipse als gestauchter Kreis.	62
§ 41. Eine zweite Definition der Ellipse	64
§ 42. Konstruktion einer Ellipse aus ihren Achsen	66
§ 43. Die Hyperbel	67
§ 44. Die Form einer Hyperbel. Scheitel und Achsen	69
§ 45. Konstruktion einer Hyperbel aus ihren Achsen	71
§ 46. Die Asymptoten der Hyperbel.	71
§ 47. Konjugierte Hyperbeln	73
§ 48. Die Parabel	73
§ 49. Konstruktion einer Parabel bei gegebenem Parameter p	75
§ 50. Die Parabel als Kurve mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$	75
§ 51. Die Leitlinien einer Ellipse und einer Hyperbel	79
§ 52. Allgemeine Definition von Ellipse, Hyperbel und Parabel	80
§ 53. Kegelschnitte	83
§ 54. Die Durchmesser eines Kegelschnitts	84
§ 55. Die Durchmesser der Ellipse	85
§ 56. Die Durchmesser der Hyperbel	87
§ 57. Die Durchmesser der Parabel	89
§ 58. Kurven zweiten Grades.	90
§ 59. Die Form der allgemeinen Gleichung zweiten Grades	91
§ 60. Vereinfachung der Gleichung zweiten Grades. Allgemeine Bemerkungen	92
§ 61. Vorläufige Transformation der Gleichung zweiten Grades	92
§ 62. Endgültige Transformation der Gleichung zweiten Grades	95
§ 63. Über Verfahren zur Erleichterung der Vereinfachung von Gleichungen zweiten Grades.	101
§ 64. Kriterium für den Zerfall einer Kurve zweiten Grades	102
§ 65. Die Bestimmung der Geraden, aus denen eine zerfallende Kurve zweiter Ordnung besteht	103
§ 66. Die Invarianten einer Gleichung zweiten Grades	106
§ 67. Die drei Typen von Kurven zweiten Grades	108
§ 68. Zentralsymmetrische und nichtzentralsymmetrische Kurven zweiten Grades	111
§ 69. Die Bestimmung des Zentrums zentralsymmetrischer Kurven zweiter Ordnung	112
§ 70. Die Vereinfachung der Gleichung einer zentralsymmetrischen Kurve zweiter Ordnung	114
§ 71. Die gleichseitige Hyperbel als grafische Darstellung der Gleichung $y = \frac{k}{x}$	116
§ 72. Die gleichseitige Hyperbel als grafische Darstellung der Gleichung $y = \frac{mx + n}{px + q}$	117
§ 73. Polarkoordinaten	119

§ 74. Die Beziehung zwischen Polarkoordinaten und rechtwinkligen Koordinaten	122
§ 75. Die Archimedische Spirale	124
§ 76. Die Polargleichung der Geraden	126
§ 77. Die Polargleichung eines Kegelschnitts	126
 Analytische Geometrie im Raum	 128
§ 78. Grundsätzliches über Vektoren und Skalare	128
§ 79. Der Vektor in der Geometrie	128
§ 80. Vektoralgebra	129
§ 81. Kollineare Vektoren	129
§ 82. Der Nullvektor	130
§ 83. Die Gleichheit von Vektoren	130
§ 84. Die Rückführung von Vektoren auf einen gemeinsamen Anfangspunkt	131
§ 85. Entgegengesetzte Vektoren	131
§ 86. Vektoraddition	132
§ 87. Die Summe mehrerer Vektoren	133
§ 88. Die Vektorsubtraktion	134
§ 89. Die Multiplikation und Division eines Vektors mit einer Zahl	135
§ 90. Beziehungen zwischen kollinearen Vektoren (Division eines Vektors durch einen anderen)	137
§ 91. Die Projektion eines Punktes auf eine Achse	137
§ 92. Die Projektion eines Vektors auf eine Achse	138
§ 93. Grundlegende Theoreme über die Projektionen eines Vektors	140
§ 94. Rechtwinkliges Koordinatensystem im Raum	141
§ 95. Die Koordinaten eines Punktes	143
§ 96. Die Koordinaten eines Vektors	144
§ 97. Die Darstellung eines Vektors durch Komponenten und durch Koordinaten	145
§ 98. Operationen mit Vektoren, die durch ihre Koordinaten gegeben sind	145
§ 99. Die Darstellung eines Vektors durch die Radiusvektoren seines Anfangs- und Endpunktes	146
§ 100. Die Länge eines Vektors. Der Abstand zwischen zwei Punkten	147
§ 101. Der Winkel zwischen den Koordinatenachsen und einem Vektor	147
§ 102. Ein Kriterium für die Kollinearität (Parallelität) von Vektoren	148
§ 103. Die Teilung einer Strecke in gegebenem Verhältnis	149
§ 104. Das Skalarprodukt zweier Vektoren	149
§ 105. Eigenschaften des Skalarprodukts	151
§ 106. Die Skalarprodukte der Achsenvektoren	153
§ 107. Die Darstellung des Skalarprodukts durch die Koordinaten der Faktoren	153
§ 108. Die Bedingung für die Orthogonalität von Vektoren	154
§ 109. Der Winkel zwischen Vektoren	154

§ 110.	Rechts- und Linkssysteme von drei Vektoren	155
§ 111.	Das Vektorprodukt zweier Vektoren	157
§ 112.	Die Eigenschaften des Vektorprodukts	159
§ 113.	Die Vektorprodukte der Achsenvektoren	160
§ 114.	Die Darstellung des Vektorprodukts durch die Koordinaten der Faktoren	161
§ 115.	Komplanare Vektoren	163
§ 116.	Das gemischte Produkt	163
§ 117.	Die Eigenschaften des gemischten Produktes	164
§ 118.	Die Determinante dritter Ordnung	165
§ 119.	Die Darstellung des gemischten Produktes durch die Koordinaten seiner Faktoren	167
§ 120.	Kriterium für die Komplanarität in Koordinatenform	168
§ 121.	Das Volumen eines Parallelepipeds	168
§ 122.	Das doppelte Vektorprodukt	169
§ 123.	Die Gleichung einer Ebene	169
§ 124.	Spezialfälle der Lage von Ebenen bezüglich des Koordinatensystems	170
§ 125.	Die Bedingung für die Parallelität von Ebenen	171
§ 126.	Die Bedingung für die Orthogonalität zweier Ebenen	172
§ 127.	Der Winkel zwischen zwei Ebenen	173
§ 128.	Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und parallel zu einer gegebenen Ebene	173
§ 129.	Bestimmung einer Ebene durch drei Punkte	174
§ 130.	Achsenabschnitte	174
§ 131.	Die Abschnittsgleichung einer Ebene	175
§ 132.	Die Gleichung einer Ebene durch zwei Punkte und orthogonal zu einer gegebenen Ebene	175
§ 133.	Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und orthogonal zu zwei Ebenen	176
§ 134.	Der Schnittpunkt dreier Ebenen	177
§ 135.	Gegenseitige Lage von Ebene und Punktepaar	178
§ 136.	Der Abstand zwischen Punkt und Ebene	179
§ 137.	Die Polarparameter der Ebene	179
§ 138.	Die Normalform der Ebenengleichung	181
§ 139.	Die Bestimmung der Ebenengleichung in Normalform	182
§ 140.	Die Gleichung einer Geraden im Raum	183
§ 141.	Bedingung dafür, daß zwei Gleichungen ersten Grades eine Gerade darstellen	185
§ 142.	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene	186
§ 143.	Richtungsvektoren	187
§ 144.	Der Winkel zwischen einer Geraden und den Koordinatenachsen	188
§ 145.	Der Winkel zwischen zwei Geraden	189
§ 146.	Der Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene	189
§ 147.	Die Bedingungen für die Parallelität und Orthogonalität zwischen Gerade und Ebene	190
§ 148.	Ebenenbüschel	190
§ 149.	Die Projektionen einer Geraden auf die Koordinatenebenen	192
§ 150.	Die symmetrischen Geradengleichungen	194

§ 151.	Die Bestimmung der Geradengleichungen in symmetrischer Form	196
§ 152.	Die Parameterdarstellung der Geraden	197
§ 153.	Der Schnitt einer Ebene mit einer Geraden in Parameterform	197
§ 154.	Die Gleichung einer Geraden durch zwei gegebene Punkte	198
§ 155.	Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt senkrecht zu einer gegebenen Geraden	198
§ 156.	Die Gleichung einer Geraden durch einen gegebenen Punkt senkrecht zu einer gegebenen Ebene	199
§ 157.	Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und durch eine gegebene Gerade	199
§ 158.	Die Gleichung einer Ebene durch einen gegebenen Punkt und parallel zu zwei gegebenen Geraden	200
§ 159.	Die Gleichung einer Ebene durch eine gegebene Gerade und parallel zu einer anderen gegebenen Geraden	201
§ 160.	Die Gleichung einer Ebene durch eine gegebene Gerade senkrecht zu einer gegebenen Ebene	201
§ 161.	Die Gleichung der Senkrechten von einem gegebenen Punkt auf eine gegebene Gerade	202
§ 162.	Die Länge der Senkrechten von einem gegebenen Punkt auf eine gegebene Gerade	203
§ 163.	Die Bedingungen dafür, daß sich zwei Gerade schneiden oder in einer Ebene liegen	204
§ 164.	Die Gleichung einer Geraden, die senkrecht zu zwei gegebenen Geraden ist.	206
§ 165.	Der kürzeste Abstand zwischen zwei Geraden. Richtung von Geraden	208
§ 166.	Koordinatentransformation	210
§ 167.	Die Gleichung einer Fläche	211
§ 168.	Zylinderflächen, deren Erzeugende parallel zu einer der Koordinatenachsen sind	212
§ 169.	Die Gleichung einer Kurve	213
§ 170.	Die Projektion einer Kurve auf die Koordinatenachse	214
§ 171.	Algebraische Flächen und ihr Grad	217
§ 172.	Die Kugelfläche	217
§ 173.	Das Ellipsoid	218
§ 174.	Das einschalige Hyperboloid	221
§ 175.	Das zweischalige Hyperboloid	223
§ 176.	Der Kegel zweiter Ordnung	225
§ 177.	Das elliptische Paraboloid	227
§ 178.	Das hyperbolische Paraboloid	229
§ 179.	Die Flächen zweiten Grades	230
§ 180.	Geradlinige Erzeugende der Flächen zweiten Grades.	233
§ 181.	Rotationsflächen	234
§ 182.	Determinanten zweiter und dritter Ordnung	235
§ 183.	Determinanten höherer Ordnung	238
§ 184.	Eigenschaften der Determinanten	240
§ 185.	Ein praktisches Verfahren zur Berechnung von Determinanten	242
§ 186.	Anwendung der Determinanten auf die Untersuchung und Lösung von Gleichungssystemen	244

§ 187. Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten	244
§ 188. Zwei Gleichungen und drei Unbekannte	246
§ 189. Das homogene System von zwei Gleichungen mit drei Un- bekannten	247
§ 190. Drei Gleichungen mit drei Unbekannten. n Gleichungen .	249
 Die Grundbegriffe der mathematischen Analysis	 255
§ 191. Einführende Bemerkungen	255
§ 192. Die rationalen Zahlen	256
§ 193. Die reellen Zahlen	256
§ 194. Die Zahlengerade	257
§ 195. Variable und konstante Größen.	257
§ 196. Funktionen	258
§ 197. Methoden zur Angabe einer Funktion	259
§ 198. Der Definitionsbereich einer Funktion	261
§ 199. Intervalle	262
§ 200. Klassifikation der Funktionen	264
§ 201. Die wichtigsten elementaren Funktionen.	264
§ 202. Die Bezeichnung von Funktionen	265
§ 203. Der Grenzwert einer Folge	266
§ 204. Der Grenzwert von Funktionen.	268
§ 205. Die Definition des Grenzwerts einer Funktion	270
§ 206. Der Grenzwert einer konstanten Größe	270
§ 207. Unendlich kleine Größen	270
§ 208. Unendlich große Größen	271
§ 209. Die Beziehung zwischen unendlich großen und unendlich kleinen Größen	271
§ 210. Beschränkte Größen	272
§ 211. Erweiterung des Grenzwertbegriffs	272
§ 212. Die Grundeigenschaften von unendlich kleinen Größen .	273
§ 213. Die Grundtheoreme über Grenzwerte	274
§ 214. Die Zahl e	275
§ 215. Der Grenzwert $\frac{\sin x}{x}$ für $x \rightarrow 0$	276
§ 216. Äquivalente unendlich kleine Größen	277
§ 217. Vergleich von unendlich kleinen Größen	278
§ 218. Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt	280
§ 219. Eigenschaften von Funktionen, die in einem Punkt stetig sind.	281
§ 220. Stetigkeit einer Funktion in einem geschlossenen Inter- vall.	282
§ 221. Eigenschaften von Funktionen, die in einem abgeschlos- senen Intervall stetig sind	283
 Differentialrechnung	 285
§ 222. Einführende Bemerkungen	285
§ 223. Die Geschwindigkeit	285
§ 224. Die Definition der Ableitung einer Funktion	286

§ 225.	Die Tangente	288
§ 226.	Die Ableitungen einiger einfacher Funktionen	289
§ 227.	Eigenschaften der Ableitung	290
§ 228.	Das Differential	291
§ 229.	Die mechanische Deutung des Differentials	292
§ 230.	Die geometrische Bedeutung des Differentials	292
§ 231.	Differenzierbare Funktionen	293
§ 232.	Die Differentiale einiger einfacher Funktionen	295
§ 233.	Die Eigenschaften des Differentials	296
§ 234.	Die Invarianz des Ausdrucks $f'(x) dx$	296
§ 235.	Beschreibung der Ableitung durch Differentiale	297
§ 236.	Zusammengesetzte Funktionen	298
§ 237.	Das Differential einer zusammengesetzten Funktion	298
§ 238.	Die Ableitung einer zusammengesetzten Funktion („Kettenregel“)	299
§ 239.	Die Differentiation eines Produkts	299
§ 240.	Die Differentiation eines Quotienten	300
§ 241.	Die Umkehrfunktion	301
§ 242.	Der natürliche Logarithmus	303
§ 243.	Die Differentiation des Logarithmus	304
§ 244.	Die logarithmische Differentiation	305
§ 245.	Die Differentiation der Exponentialfunktion	306
§ 246.	Die Differentiation der trigonometrischen Funktionen	307
§ 247.	Die Differentiation der Umkehrfunktionen	307
§ 248.	Das Differential in der Näherungsrechnung	308
§ 249.	Anwendung der Differentialrechnung auf die Fehlerabschätzung	310
§ 250.	Differentiation impliziter Funktionen	311
§ 251.	Eine in Parameterform gegebene Kurve	313
§ 252.	In Parameterform gegebene Funktionen	315
§ 253.	Die Zykloide	317
§ 254.	Die Gleichung der Tangente an eine ebene Kurve	318
§ 255.	Die Gleichung der Normalen	320
§ 256.	Ableitungen höherer Ordnung	321
§ 257.	Die Bedeutung der zweiten Ableitung in der Mechanik	322
§ 258.	Differentiale höherer Ordnung	323
§ 259.	Darstellung der höheren Ableitungen durch Differentiale	325
§ 260.	Höhere Ableitungen von Funktionen, die in Parameterform gegeben sind	325
§ 261.	Höhere Ableitungen impliziter Funktionen	326
§ 262.	Die LEIBNIZSche Regel	327
§ 263.	Der Satz von ROLLE	328
§ 264.	Der Mittelwertsatz von LAGRANGE	329
§ 265.	Die Formel für einen endlichen Zuwachs	331
§ 266.	Die Verallgemeinerung des Mittelwertsatzes (CAUCHY)	333
§ 267.	Untersuchung eines unbestimmten Ausdrucks der Form $\frac{0}{0}$	335
§ 268.	Untersuchung eines unbestimmten Ausdrucks der Form $\frac{\infty}{\infty}$	338
§ 269.	Unbestimmte Ausdrücke anderer Form	338

§ 270. Historische Betrachtungen über die TAYLORSche Formel	340
§ 271. Die TAYLOR-Formel	344
§ 272. Anwendung der TAYLOR-Formel auf die Berechnung von Funktionswerten	346
§ 273. Zunehmende und abnehmende Funktionen	353
§ 274. Kriterien für die Zunahme oder Abnahme einer Funktion in einem Punkt.	355
§ 275. Maximum und Minimum	356
§ 276. Notwendige Bedingung für ein Maximum oder ein Minimum	357
§ 277. Erste hinreichende Bedingung für ein Maximum oder Minimum	358
§ 278. Regel für die Bestimmung der Maxima und Minima	359
§ 279. Zweite hinreichende Bedingung für Maxima und Minima.	363
§ 280. Die Bestimmung des größten und des kleinsten Werts einer Funktion	365
§ 281. Die Konvexität ebener Kurven. Wendepunkte	368
§ 282. Die konkave Seite	368
§ 283. Regel für die Bestimmung eines Wendepunkts	370
§ 284. Die Asymptoten	371
§ 285. Die Untersuchung von Asymptoten, die parallel zu den Koordinatenachsen sind	372
§ 286. Untersuchung der Asymptoten, die nicht zur Ordinatenachse parallel sind	374
§ 287. Verfahren zur Konstruktion von grafischen Darstellungen	375
§ 288. Lösung von Gleichungen. Allgemeine Bemerkungen	381
§ 289. Die Lösung von Gleichungen. Die Sehnenmethode	382
§ 290. Die Lösung von Gleichungen. Die Tangentenmethode	384
§ 291. Kombination der Sehnenmethode mit der Tangentenmethode	386
 Integralrechnung	 389
§ 292. Einführende Bemerkungen	389
§ 293. Die Stammfunktion	391
§ 294. Das unbestimmte Integral	392
§ 295. Geometrische Erklärung der Integration	393
§ 296. Berechnung der Integrationskonstanten aus den Anfangsdaten	396
§ 297. Eigenschaften des unbestimmten Integrals	397
§ 298. Integraltafel	398
§ 299. Unbestimmte Integration	400
§ 300. Die Substitutionsmethode (Integration unter Verwendung einer Hilfsvariablen)	400
§ 301. Partielle Integration	402
§ 302. Integration einiger trigonometrischer Ausdrücke	403
§ 303. Trigonometrische Transformationen	407
§ 304. Rationale Funktionen	408
§ 305. Verfahren zur Integration von gebrochenen rationalen Funktionen	409
§ 306. Die Integration von Partialbrüchen	410

§ 307.	Die Integration rationaler Funktionen (allgemeine Methode)	413
§ 308.	Die Faktorenerlegung eines Polynoms	419
§ 309.	Über die Integrierbarkeit der elementaren Funktionen	420
§ 310.	Einige von Radikalen abhängige Integrale	421
§ 311.	Das Integral eines Binomialausdrucks	422
§ 312.	Integrale der Form $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	424
§ 313.	Integrale der Form $\int R(\sin x, \cos x) dx$	426
§ 314.	Das bestimmte Integral	426
§ 315.	Eigenschaften des bestimmten Integrals	431
§ 316.	Die geometrische Deutung des bestimmten Integrals . . .	432
§ 317.	Deutung des bestimmten Integrals in der Mechanik . . .	434
§ 318.	Abschätzung des bestimmten Integrals	435
§ 319.	Der Mittelwertsatz der Integralrechnung.	436
§ 320.	Das bestimmte Integral als Funktion seiner oberen Grenze	438
§ 321.	Das Differential eines Integrals	439
§ 322.	Das Integral eines Differentials. Die Formel von NEWTON- LEIBNIZ	441
§ 323.	Die Berechnung des bestimmten Integrals mit Hilfe des unbestimmten Integrals	442
§ 324.	Partielle bestimmte Integration	443
§ 325.	Substitutionsmethoden bei der bestimmten Integration .	444
§ 326.	Uneigentliche Integrale	445
§ 327.	Integrale mit unendlichen Grenzen	446
§ 328.	Integrale über Funktionen mit Unstetigkeitsstellen . . .	450
§ 329.	Über die näherungsweise Berechnung eines Integrals . . .	453
§ 330.	Rechtecksformeln	455
§ 331.	Die Trapezformel	457
§ 332.	Die SIMPSONSche Formel (Parabolische Trapezformel) . .	458
§ 333.	Der Flächeninhalt von Figuren, die durch rechtwinklige Koordinaten beschrieben werden	460
§ 334.	Übersicht über die Anwendung des bestimmten Integrals	462
§ 335.	Der Flächeninhalt von Figuren, die durch Polarkoordi- naten gegeben sind	463
§ 336.	Das Volumen eines Körpers	465
§ 337.	Das Volumen eines Rotationskörpers	467
§ 338.	Die Bogenlänge einer ebenen Kurve	468
§ 339.	Das Differential der Bogenlänge	469
§ 340.	Die Bogenlänge und ihr Differential in Polarkoordinaten	470
§ 341.	Der Flächeninhalt einer Rotationsfläche	472
Überblick über ebene und räumliche Kurven.		474
§ 342.	Die Krümmung	474
§ 343.	Krümmungsmittelpunkt, Krümmungsradius und Krüm- mungskreis einer ebenen Kurve.	475
§ 344.	Formeln für die Krümmung, den Krümmungsradius und den Krümmungsmittelpunkt einer ebenen Kurve	477
§ 345.	Die Evolute einer ebenen Kurve	480
§ 346.	Eigenschaften der Evolute einer ebenen Kurve	482

§ 347. Die Evolvente einer ebenen Kurve	483
§ 348. Die Parameterform von Raumkurven	483
§ 349. Schraubenlinien	485
§ 350. Die Bogenlänge einer Raumkurve.	487
§ 351. Die Tangente an eine Raumkurve	488
§ 352. Die Normalebene	490
§ 353. Vektorfunktionen mit skalarem Argument	491
§ 354. Grenzwerte von Vektorfunktionen	492
§ 355. Die Ableitung einer Vektorfunktion	492
§ 356. Das Differential einer Vektorfunktion	494
§ 357. Eigenschaften der Ableitungen und der Differentiale von Vektorfunktionen	495
§ 358. Die Schmiegebene	497
§ 359. Die Hauptnormale. Das begleitende Dreibein	499
§ 360. Gegenseitige Lage von Kurve und Ebene	500
§ 361. Die Einheitsvektoren des begleitenden Dreibeins	500
§ 362. Krümmungsmittelpunkt, Krümmungsachse und Krüm- mungsradius einer Raumkurve	502
§ 363. Formeln für die Krümmung, den Krümmungsradius und den Krümmungsmittelpunkt von Raumkurven	503
§ 364. Über das Vorzeichen der Krümmung	505
§ 365. Die Torsion	505
Unendliche Reihen	508
§ 366. Einführende Bemerkungen	508
§ 367. Definition der unendlichen Reihe	508
§ 368. Konvergente und divergente unendliche Reihen	509
§ 369. Notwendige Bedingung für die Konvergenz einer unend- lichen Reihe	510
§ 370. Der Rest einer unendlichen Reihe.	512
§ 371. Einfache Operationen mit unendlichen Reihen	514
§ 372. Positive unendliche Reihen	515
§ 373. Vergleich von positiven Reihen	516
§ 374. Das D'ALEMBERTSche Kriterium für positive Reihen	518
§ 375. Das Integralkriterium für die Konvergenz	519
§ 376. Alternierende Reihen. Das Kriterium von Leibnitz	521
§ 377. Absolute und bedingte Konvergenz	522
§ 378. Das D'ALEMBERTSche Kriterium für beliebige Reihen	524
§ 379. Umordnen der Glieder einer unendlichen Reihe	524
§ 380. Zusammenfassen der Glieder einer unendlichen Reihe	525
§ 381. Multiplikation von unendlichen Reihen	526
§ 382. Die Division von unendlichen Reihen	528
§ 383. Reihen mit veränderlichen Gliedern	530
§ 384. Der Konvergenzbereich einer Reihe mit veränderlichen Gliedern	530
§ 385. Über gleichmäßige und ungleichmäßige Konvergenz	533
§ 386. Definition der gleichmäßigen und ungleichmäßigen Kon- vergenz	536
§ 387. Geometrische Deutung der gleichmäßigen und ungleich- mäßigen Konvergenz	536

§ 388.	Kriterium für die gleichmäßige Konvergenz; reguläre Reihen	537
§ 389.	Die Stetigkeit der Summe einer unendlichen Reihe	538
§ 390.	Die Integration von unendlichen Reihen	539
§ 391.	Die Differentiation von unendlichen Reihen	542
§ 392.	Potenzreihen	543
§ 393.	Konvergenzintervall und Konvergenzradius einer Potenzreihe	544
§ 394.	Die Bestimmung des Konvergenzradius	545
§ 395.	Der Konvergenzbereich einer Potenzreihe in $x-x_0$	547
§ 396.	Das Theorem von ABEL	548
§ 397.	Operationen mit Potenzreihen	548
§ 398.	Differentiation und Integration von Potenzreihen	550
§ 399.	Die TAYLOR-Reihe	552
§ 400.	Die Entwicklung einer Funktion in eine Potenzreihe	553
§ 401.	Die Entwicklung der elementaren Funktionen in Potenzreihen	554
§ 402.	Die Anwendung der unendlichen Reihen auf die Berechnung von Integralen	559
§ 403.	Hyperbolische Funktionen	560
§ 404.	Die Umkehrfunktionen für die hyperbolischen Funktionen	563
§ 405.	Die Herkunft der Namen für die hyperbolischen Funktionen	566
§ 406.	Über komplexe Zahlen	567
§ 407.	Komplexe Funktionen von reellen Argumenten	568
§ 408.	Die Ableitung einer komplexen Funktion	570
§ 409.	Komplexer Exponent einer positiven Zahl	571
§ 410.	Die EULERSche Formel	572
§ 411.	Trigonometrische Reihen	573
§ 412.	Historische Bemerkungen über die trigonometrischen Reihen	573
§ 413.	Die Orthogonalität des Systems der Funktionen $\cos nx$ und $\sin nx$	574
§ 414.	Die Formeln von EULER-FOURIER	576
§ 415.	FOURIER-Reihen	578
§ 416.	Die FOURIER-Reihe einer stetigen Funktion	579
§ 417.	Die FOURIER-Reihen für gerade und ungerade Funktionen	582
§ 418.	FOURIER-Reihen für unstetige Funktionen	586

Differential- und Integralrechnung für Funktionen mehrerer Variabler 590

§ 419.	Funktionen von zwei Variablen.	590
§ 420.	Funktionen von drei und mehr Variablen	591
§ 421.	Verfahren zur Angabe von Funktionen mehrerer Variabler	592
§ 422.	Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variabler	594
§ 423.	Über die Größenordnung von Funktionen mehrerer Variabler	595
§ 424.	Stetigkeit von Funktionen mehrerer Variabler	597
§ 425.	Partielle Ableitungen	597

§ 426. Geometrische Bedeutung der partiellen Ableitungen für den Fall von zwei Argumenten	598
§ 427. Totaler Zuwachs und partieller Zuwachs	599
§ 428. Das partielle Differential	600
§ 429. Darstellung der partiellen Ableitung durch das Differential	601
§ 430. Das totale Differential	601
§ 431. Die geometrische Bedeutung des totalen Differentials	603
§ 432. Die Invarianz des Ausdrucks $f_x dx + f_y dy + f_z dz$ für das totale Differential	603
§ 433. Die Technik des Differenzierens	604
§ 434. Differenzierbare Funktionen	605
§ 435. Die Tangentialebene und die Flächennormale	606
§ 436. Die Gleichung der Tangentialebene.	607
§ 437. Die Gleichung der Normalen	608
§ 438. Differentiation zusammengesetzter Funktionen	609
§ 439. Übergang von rechtwinkligen Koordinaten zu Polarkoordinaten	610
§ 440. Formeln für die partiellen Ableitungen einer zusammengesetzten Funktion	611
§ 441. Die totale Ableitung	611
§ 442. Differentiation impliziter Funktionen von mehreren Argumenten	612
§ 443. Partielle Ableitungen höherer Ordnung	614
§ 444. Die totalen Differentiale höherer Ordnung	616
§ 445. Die Technik des mehrmaligen Differenzierens	617
§ 446. Vereinbarung über die Bezeichnungsweise von Differentialen	618
§ 447. Die TAYLORSche Formel für Funktionen von mehreren Variablen	619
§ 448. Extremwerte (Maxima und Minima) von Funktionen mehrerer Argumente	621
§ 449. Regel für die Bestimmung von Extremwerten	622
§ 450. Hinreichende Bedingung für ein Extremum (für den Fall von zwei Variablen)	623
§ 451. Das Doppelintegral	624
§ 452. Die geometrische Bedeutung des Doppelintegrals	626
§ 453. Eigenschaften des Doppelintegrals	626
§ 454. Abschätzung des Doppelintegrals	627
§ 455. Berechnung des Doppelintegrals (einfache Fälle)	627
§ 456. Berechnung des Doppelintegrals (allgemeiner Fall)	631
§ 457. Punktfunktionen	634
§ 458. Das Doppelintegral in Polarkoordinaten	635
§ 459. Der Flächeninhalt eines Flächenstücks	638
§ 460. Das dreifache Integral.	641
§ 461. Berechnung des dreifachen Integrals (einfache Fälle)	641
§ 462. Die Berechnung eines dreifachen Integrals (allgemeiner Fall)	642
§ 463. Zylinderkoordinaten	644
§ 464. Das dreifache Integral in Zylinderkoordinaten	645
§ 465. Kugelkoordinaten	645
§ 466. Das dreifache Integral in Kugelkoordinaten	646

§ 467. Leitfaden für die Anwendung von Doppelintegralen und dreifachen Integralen	648
§ 468. Das Trägheitsmoment	649
§ 469. Einige physikalische und geometrische Größen, die sich durch Doppelintegrale ausdrücken lassen	651
§ 470. Einige physikalische und geometrische Größen, die sich durch dreifache Integrale ausdrücken lassen	653
§ 471. Das Kurvenintegral	654
§ 472. Die Bedeutung des Kurvenintegrals in der Mechanik	655
§ 473. Die Berechnung des Kurvenintegrals	656
§ 474. Die GREENSche Formel	658
§ 475. Bedingung für die Unabhängigkeit des Kurvenintegrals vom Weg	658
§ 476. Eine andere Form für die Bedingung aus dem letzten Paragraphen	660
 Differentialgleichungen	 663
§ 477. Grundbegriffe	663
§ 478. Gleichungen erster Ordnung	665
§ 479. Die geometrische Bedeutung einer Gleichung erster Ordnung	665
§ 480. Isoklinen	668
§ 481. Partikuläre Lösung und allgemeine Lösung einer Gleichung erster Ordnung	669
§ 482. Gleichungen mit separierten Variablen	670
§ 483. Separation der Variablen. Singuläre Lösung	671
§ 484. Gleichungen mit totalen Differentialen	673
§ 485. Die homogene Gleichung	674
§ 486. Lineare Gleichung erster Ordnung	677
§ 487. Die CLAIRAUTSche Gleichung	679
§ 488. Die Enveloppe	681
§ 489. Die Integrierbarkeit von Differentialgleichungen	682
§ 490. Näherungsweise Integration einer Gleichung erster Ordnung nach der Methode von EULER	682
§ 491. Integration von Differentialgleichungen mit Hilfe von unendlichen Reihen	684
§ 492. Über das Aufstellen von Differentialgleichungen	686
§ 493. Gleichungen zweiter Ordnung	690
§ 494. Gleichungen n -ter Ordnung	692
§ 495. Reduktion der Ordnung	692
§ 496. Die lineare Gleichung zweiter Ordnung	694
§ 497. Die lineare Gleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	696
§ 498. Die homogene lineare Gleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	696
§ 499. Die inhomogene lineare Gleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	700
§ 500. Lineare Gleichung beliebiger Ordnung	704
§ 501. Die Methode der Variation der Konstanten	705
§ 502. Systeme von Differentialgleichungen. Lineare Systeme	706

Einige bemerkenswerte Kurven	708
§ 503. Die Strophoide	708
§ 504. Die Kissoide des DIOKLES	710
§ 505. Das Kartesische Blatt	712
§ 506. Die Versiera der AGNESI	714
§ 507. Die Konchoide des NIKOMEDES	715
§ 508. Die PASCALSche Schnecke. Die Kardioide	719
§ 509. CASSINISCHE Linien	723
§ 510. Die BERNOULLISCHE Lemniskate	725
§ 511. Die ARCHIMEDISCHE Spirale	726
§ 512. Die Kreisevolvente	729
§ 513. Die logarithmische Spirale	731
§ 514. Die Zykloide	734
§ 515. Die Epizykloide und die Hypozykloide	739
§ 516. Die Traktrix	749
§ 517. Die Kettenlinie	753
Tabellen	757
Sachverzeichnis	776