

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
I Drei kleinere Probleme zum Einstieg	7
1 Erstes Problem	7
2 Zweites Problem	11
3 Drittes Problem	13
4 Aufgaben	16
II Die Teilbarkeitsrelation	19
1 Definition	20
2 Die Teilbarkeitsrelation als Ordnungsrelation	23
3 Die Teilbarkeitsrelation und Rechenoperationen	27
4 Aufgaben	32
III Primzahlen	37
1 Was sind Primzahlen?	37
2 Wie viele Primzahlen gibt es?	44
3 Sieb des Eratosthenes	49
4 Verteilung der Primzahlen	54
5 Weitere Aussagen über Primzahlen	58
6 Aufgaben	61
IV Primzahlen - Bausteine der natürlichen Zahlen	65
1 Multiplikative Zerlegungen natürlicher Zahlen	65
2 Multiplikativer Aufbau der natürlichen Zahlen und Primzahlen	68
3 Folgerungen	74
3.1 Primzahlkriterium	74
3.2 Elemente und Elementanzahl von Teilmengen	76
3.3 Hassediagramme von Teilmengen	79
3.4 Weiterer Ausblick	85
4 Aufgaben	85
V GgT und kgV	91
1 GgT und Teilmengen	92
2 GgT und Primfaktorzerlegung	95
3 GgT und Euklidischer Algorithmus	98
3.1 Subtraktives Verfahren	99
3.2 Euklidischer Algorithmus	101

	3.3 Division mit Rest	108
4	Mathematisches Golf/Vielfache des ggT(a, b) und Linearkombinationen von a und b	111
5	KgV und Vielfachenmengen	124
6	KgV und Primfaktorzerlegung	127
7	Zusammenhang zwischen ggT und kgV	128
8	Aufgaben	132
VI	Teilbarkeitsregeln	137
1	Stellenwertsysteme – einige Bemerkungen	138
2	Die Restgleichheitsrelation	140
3	Teilbarkeitsregeln I : Endstellenregeln	145
	3.1 Dezimales Stellenwertsystem	145
	3.2 Nichtdezimale Stellenwertsysteme	149
4	Teilbarkeitsregeln II: Quersummenregeln	152
	4.1 Dezimales Stellenwertsystem	152
	4.2 Nichtdezimale Stellenwertsysteme	154
5	Teilbarkeitsregeln III: Alternierende Quersummenregeln	156
	5.1 Dezimales Stellenwertsystem	156
	5.2 Nichtdezimale Stellenwertsysteme	161
6	Zusammenfassender Überblick	163
	6.1 Überblick über Teilbarkeitsregeln im Dezimalsystem	163
	6.2 Teilbarkeitsregeln für 2 bis 10 in den Basen 2 bis 10	164
	6.3 Vorteile des Zugangsweges über die Restgleichheit	166
7	Aufgaben	167
VII	Praktische Anwendungen	173
1	Die Europäische Artikelnummer EAN	173
	1.1 Aufbau und Zielsetzung	173
	1.2 Die EAN-Prüfziffer	175
	1.3 Sicherheit des EAN-Prüfziffersystems	177
	1.3.1 Eingabe einer falschen Ziffer	178
	1.3.2 Eingabe zweier falscher Ziffern	179
	1.3.3 Vertauschung zweier Nachbarziffern (Drehfehler)	180
	1.3.4 Drehfehler beliebiger Ziffern	182
	1.3.5 Vertauschung zweier unmittelbar benachbarter Zweierblöcke	183
	1.3.6 Der Strichcode der EAN	183
	1.3.7 Zusammenfassung	183

2	Die Internationale Standardbuchnummer ISBN	184
2.1	Aufbau und Zielsetzung	184
2.2	Die ISBN-Prüfziffer	185
2.3	Sicherheit des ISBN-Prüfziffernverfahrens	186
2.3.1	Eingabe einer falschen Ziffer	186
2.3.2	Eingabe zweier falscher Ziffern	188
2.3.3	Vertauschung zweier Nachbarziffern (Drehfehler)	188
2.3.4	Drehfehler beliebiger Ziffern	189
2.3.5	Vertauschung zweier unmittelbar benachbarter Zweier- blöcke	191
2.3.6	Zusammenfassung	191
3	Aufgaben	192

VIII Klausurvorschläge **195**

1	Abschlußklausuren zur Vorlesung Zahlentheorie und Arithmetik	195
1.1	Vorschlag 1	195
1.2	Vorschlag 2	196
1.3	Vorschlag 3	198
2	Examensklausuren	199
2.1	Vorschlag 1	200
2.2	Vorschlag 2	201
2.3	Vorschlag 3	202

Anhang **205**

Verzeichnis der im Text genannten Literatur **205**

Liste der wichtigsten Symbole und Bezeichnungen **207**

Lösungshinweise zu den Aufgaben **209**

Kapitel I	209
Kapitel II	209
Kapitel III	210
Kapitel IV	211
Kapitel V	211
Kapitel VI	212
Kapitel VII	214

Index **217**