

Inhalt

Vorwort	5
Tabellenverzeichnis	13
Abbildungsverzeichnis	17
Zeichungsverzeichnis	19
Teil I: Theoretischer Hintergrund	
Einleitung	23
1 Ansätze mathematischer Elementarbildung	26
1.1 Internationale Elementarbildung.....	27
1.2 Curriculare Elementar- und Primarbildung (am Beispiel England).....	27
1.2.1 Begriffsklärung: curriculare Elementar- und Primarbildung	28
1.2.2 Historie.....	29
1.2.3 Mathematische Elementar- und Primarbildung in England heute.....	30
1.2.4 Zusammenfassung.....	34
1.3 Kindertageseinrichtung als Ort elementarer Bildung (am Beispiel Deutschland).....	35
1.3.1 Begriffsklärung: Kindergarten, Kindertagesstätte und Kindertageseinrichtung	35
1.3.2 Historie.....	36
1.3.3 Mathematische Elementarbildung in Deutschland heute	37
1.3.4 Zusammenfassung.....	48
1.4 Zusammenfassender Vergleich und Ausblick.....	49
2 Aktueller Forschungsstand zum geometrischen Begriffsverständnis	50
2.1 Allgemeine Theorien zur Begriffsbildung	50
2.1.1 Terminologie.....	50
2.1.2 Bildliche Vorstellung eines Begriffs.....	53
2.1.3 Begriffsentstehung	55

2.2	Theorien zur geometrischen Begriffsbildung.....	58
2.2.1	Stufenmodell nach Piaget und Inhelder	58
2.2.2	Stufenmodell nach van Hiele	65
2.2.3	Zusammenfassung der beiden Stufenmodelle.....	76
2.2.4	Weitere Theorien.....	76
2.3	Form und Figur	86
2.3.1	Form und Figur allgemein.....	86
2.3.2	Ausgewählte geometrische Figuren	88
2.4	Aspekte des geometrischen Begriffsverständnisses.....	89
2.4.1	Figuren benennen	90
2.4.2	Figuren erklären	92
2.4.3	Figuren zeichnen	95
2.4.4	Figuren sortieren	101
2.4.5	Figuren identifizieren und von anderen unterscheiden	103
2.4.6	Prototypen, externe Bezüge und Begriffsbildung	109
2.4.7	Konsistenz in den Ergebnissen.....	114
2.5	Vergleich zur Zahlbegriffsentwicklung	115
2.5.1	Begriffsklärung	115
2.5.2	Entwicklung des Zahlbegriffsverständnisses	116
2.5.3	Untersuchungen zur Zahlbegriffsentwicklung	120
2.5.4	Zusammenhang von Zahlbegriffsverständnis und geometrischem Begriffsverständnis.....	121
2.6	Tabellarische Darstellung von Einzelstudien.....	121
2.7	Forschungslücken.....	129

Teil II: Empirische Untersuchung

3	Forschungsfragen und Untersuchungsdesign.....	133
3.1	Forschungsfragen	133
3.2	Pretest und Hypothesen.....	137
3.3	Aufbau der Untersuchung	138
3.3.1	Stichprobe und Rahmenbedingungen	139
3.3.2	Curriculare Ausgangslagen der beiden Ländergruppen	141
3.4	Methoden	144
3.5	Untersuchungsinstrumente.....	147
3.5.1	Aufgaben zum geometrischen Begriffsverständnis.....	147
3.5.2	Der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung.....	151
3.5.3	Fragebogen.....	152

3.6	Auswertungsmethoden.....	153
3.6.1	Zusammenfassung.....	159
4	Ergebnisse.....	160
4.1	Figuren benennen.....	160
4.1.1	Bezeichnung geometrischer Figuren.....	161
4.1.2	Kategorien zum Benennen der Figuren.....	166
4.1.3	Sprachliche Unterschiede.....	177
4.2	Die Form eines Dreiecks erklären.....	180
4.2.1	Kategorien zum Erklären der Figuren.....	181
4.2.2	Sprachliche Unterschiede.....	187
4.3	Dreiecke zeichnen.....	189
4.3.1	Anzahl korrekter Dreiecke.....	190
4.3.2	Zuerst gezeichnete Dreiecksart.....	192
4.3.3	Variationsweisen der Kinder.....	194
4.3.4	Beispiele der einzelnen Kategorien in beiden Untersuchungsdurchgängen.....	200
4.4	Figuren sortieren.....	218
4.4.1	Kategorien beim Figuren sortieren.....	218
4.5	Figuren identifizieren und von anderen unterscheiden.....	231
4.5.1	Kreise identifizieren und begründen.....	233
4.5.2	Quadrate identifizieren und begründen.....	238
4.5.3	Dreiecke identifizieren und begründen.....	249
4.5.4	Rechtecke identifizieren und begründen.....	262
4.5.5	Alternative Auswertung der Teilaufgabe „Figuren identifizieren“.....	272
4.6	Prototypen, externe Bezüge und Begriffsbildung.....	275
4.7	Konsistenz in den Ergebnissen.....	286
5	Begriffsverständnis ebener geometrischer Figuren im Vergleich zur Zahlbegriffsentwicklung.....	297
5.1	Allgemeine Ergebnisse des Osnabrücker Tests zur Zahlbegriffsentwicklung.....	297
5.1.1	Betrachtung der einzelnen Komponenten zum Zahlbegriff, allgemein und länderspezifisch getrennt.....	298
5.1.2	Betrachtung der verschiedenen Niveaustufen, allgemein und altersspezifisch getrennt.....	302

5.2	Mathematische Auffälligkeiten beim Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung	306
5.3	Vergleich der Ergebnisse des Begriffsverständnisses ebener geometrischer Figuren zum Zahlbegriffsverständnis	311
5.3.1	Zuordnung der einzelnen Ergebnisse des geometrischen Begriffsverständnisses zu den verschiedenen Kompetenzniveaus beim OTZ	312
5.3.2	Ein umfassendes geometrisches Begriffsverständnis im Vergleich zu den Ergebnissen des OTZ.....	314
6	Kinderportraits – Fallstudien	321
6.1	James.....	321
6.2	Tizian	338
7	Zusammenfassung und Beantwortung der Forschungsfragen.....	354
7.1	Unterschiedliche Lernumgebungen fördern unterschiedliche Kompetenzen	355
7.2	Prototypische Vorstellungen und Orientierung an externen Bezügen.....	357
7.3	Ein umfassendes geometrisches Begriffsverständnis bei Kindern.....	359
7.4	Einordnung in ein theoretisches Entwicklungsmodell	362
7.5	Thesen zur Zahlbegriffsentwicklung.....	369
8	Ausblick.....	372
	Literatur	374
	Anhang.....	392
A.1	Attainment Targets.....	392
A.2	Interviewmitschrift.....	395
A.3	Beispiel einer ausgefüllten Interviewmitschrift – England	397
A.4	Beispiel einer ausgefüllten Interviewmitschrift – Deutschland ..	404
A.5	Fragebogen für Erzieherinnen und Erzieher, Lehrerinnen und Lehrer	410

A.6	Fragebogen für Eltern	415
A.7	Komplettes Kategorienschema aller Aufgaben.....	418
A.7.1	Figuren benennen.....	418
A.7.2	Dreieck erklären.....	419
A.7.3	Dreiecke zeichnen.....	420
A.7.4	Figuren sortieren.....	421
A.7.5	Figuren identifizieren.....	422
A.7.6	Konsistenz.....	427