

Inhalt

1	Mathematische Grundlagen	15
1.1	Folgen, Summen und Reihen	15
1.1.1	Grundlagen	15
1.1.2	Summenformeln	18
1.1.3	Grenzwerte von Folgen	22
1.2	Einige wichtige Funktionen	27
1.2.1	Lineare Funktionen	28
1.2.2	Quadratische Funktionen	32
1.2.3	Kubische Funktionen	34
1.2.4	Ganzrationale Funktionen	36
1.2.5	Gebrochenrationale Funktionen	37
1.2.6	Exponentialfunktionen	39
1.2.7	Logarithmusfunktionen	43
1.3	Übungen zum Kapitel 1	46
2	Differenzialrechnung in \mathbb{R}	53
2.1	Grundlagen	53
2.1.1	Stetigkeit und Differenzierbarkeit	53
2.1.2	Ableitungsfunktion und Ableitungsregeln	54
2.1.3	Ableitungen höheren Grades	59
2.1.4	Linearisierung und Änderungsraten	60
2.2	Numerische Lösung von Gleichungen	62
2.2.1	Die Idee des Newton-Verfahrens	63
2.2.2	Formalisierung des Iterationsschritts	65
2.2.3	Mögliche Probleme beim Newton-Verfahren	67
2.3	Monotonie und Krümmung	68
2.3.1	Monotonieverhalten	68
2.3.2	Krümmungsverhalten	70
2.3.3	Ökonomische Bedeutung von Monotonie und Krümmung	73
2.4	Optimierung von Funktionen	75
2.4.1	Lokale Extrema	75

2.4.2 Berechnung lokaler Extrema mit Differenzialrechnung.....	77
2.4.3 Globale Extrema	79
2.4.4 Wendepunkte	79
2.5 Anwendung der Differenzialrechnung auf ökonomische Funktionen	81
2.5.1 Kostenfunktionen	82
2.5.2 Absatz, Preis, Umsatz und Gewinn	84
2.5.3 Betriebsoptimum und Betriebsminimum	88
2.5.4 Angebot und Nachfrage.....	89
2.5.5 Produktionsfunktionen	92
2.5.6 Elastizität	93
2.6 Übungen zum Kapitel 2.....	97

3 Integralrechnung in \mathbb{R} **102**

3.1 Unbestimmtes und bestimmtes Integral	102
3.1.1 Stammfunktionen	102
3.1.2 Der Integralbegriff	103
3.1.3 Partielle Integration	106
3.1.4 Substitution	107
3.2 Flächenberechnung	108
3.2.1 Der Zugang über Summen	108
3.2.2 Flächenfunktionen	111
3.2.3 Konkrete Flächenberechnungen	113
3.3 Ökonomische Anwendungen der Integralrechnung	117
3.3.1 Individuelle und kumulierte Konsumentenrente	117
3.3.2 Konsumentenrente und Produzentenrente am Markt	118
3.4 Uneigentliche Integrale	121
3.4.1 Unbegrenzte Flächen	121
3.4.2 Deutung als Wahrscheinlichkeiten.....	124
3.4.3 Die Exponentialverteilung bei Warteprozessen	126
3.5 Übungen zum Kapitel 3.....	128

4 Lineare Algebra **132**

4.1 Lineare Gleichungssysteme	132
4.1.1 Der Fall einer Variablen	132
4.1.2 Der Fall mehrerer Variablen	133
4.1.3 Systeme linearer Gleichungen in mehreren Variablen	135
4.1.4 Formulierung von LGS mit Matrizen	138
4.2 Der Gauß-Algorithmus	139

4.2.1	Der Fall quadratischer Koeffizientenmatrizen.....	139
4.2.2	Die drei Fälle der Lösbarkeit	142
4.2.3	Der Fall beliebiger Koeffizientenmatrizen	143
4.2.4	Der Gauß-Algorithmus in der Übersicht	145
4.3	Anwendungen des Gauß-Algorithmus in der Praxis.....	147
4.3.1	Probleme mit eindeutiger Lösbarkeit	147
4.3.2	Probleme mit mehrdeutiger Lösbarkeit	149
4.4	Matrizen	152
4.4.1	Grundlagen	152
4.4.2	Rechnen mit Matrizen	153
4.4.3	Deutung der Matrizenmultiplikation	156
4.4.4	Das Invertieren von Matrizen	159
4.4.5	Determinanten.....	162
4.4.6	Minoren und Entwicklungssatz nach Laplace	165
4.5	Ökonomische Anwendungen von Matrizen	168
4.5.1	Input-Output-Analyse	168
4.5.2	Innerbetriebliche Leistungsverrechnung	171
4.5.3	Markow-Ketten	173
4.6	Übungen zum Kapitel 4.....	177

5 Lineare Optimierung..... 186

5.1	Einführung	186
5.1.1	Warum lineare Funktionen?.....	186
5.1.2	Graphische Darstellungen.....	187
5.1.3	Erste Schritte zur Optimierung	189
5.1.4	Formalisierung des Problems	191
5.2	Die graphische Methode	192
5.2.1	Der zulässige Bereich eines Optimierungsproblems	193
5.2.2	Die Zielfunktion und die Gradientenrichtung	195
5.2.3	Graphische lineare Optimierung	196
5.3	Der Simplex-Algorithmus	200
5.3.1	Die Schlupfvariablen und das Starttableau	201
5.3.2	Basisvariablen	203
5.3.3	Der Basiswechsel	204
5.3.4	Das Verfahren im Überblick	207
5.4	Methoden zur Minimierung	211
5.4.1	Die Zwei-Phasen-Methode	211
5.4.2	Der duale Simplex-Algorithmus	216

5.5	Diskrete lineare Optimierung	220
5.5.1	Grundbegriffe	221
5.5.2	Ganzzahlige lineare Optimierung	221
5.5.3	Binäre lineare Optimierung	226
5.6	Übungen zum Kapitel 5.....	230
6	Differenzialrechnung in \mathbb{R}^n	236
6.1	Ableitungsfunktionen.....	236
6.1.1	Steigungen und Änderungsraten	236
6.1.2	Höhere Ableitungen und Hesse-Matrizen	242
6.2	Optimierung von Funktionen in mehreren Variablen	245
6.2.1	Der Fall zweier Variablen	245
6.2.2	Der Fall beliebig vieler Variablen	248
6.2.3	Globale Extrema	250
6.3	Multivariate Optimierung unter Nebenbedingungen	251
6.3.1	Substitution	252
6.3.2	Lagrange-Methode mit einer Nebenbedingung.....	258
6.3.3	Bedeutung des Lagrangeschen Multiplikators	262
6.3.4	Lagrange-Methode mit mehreren Nebenbedingungen	264
6.4	Übungen zum Kapitel 6.....	267
7	Finanzmathematik	271
7.1	Grundlagen der Zinsrechnung.....	271
7.1.1	Wachstumsfaktoren	271
7.1.2	Lineare Verzinsung	274
7.1.3	Exponentielle und kalenderjährliche Verzinsung	276
7.1.4	Unterperiodische Verzinsung	278
7.1.5	Stetige Verzinsung als Grenzübergang diskreter Verzinsungen	281
7.1.6	Inflation	284
7.2	Zahlungsreihen	286
7.2.1	Kalkulationszins und Zahlungsreihen	286
7.2.2	Anpassung der Perioden	290
7.2.3	Äquivalenz von Zahlungsreihen	292
7.3	Rentenrechnung	293
7.3.1	Nachschüssige und vorschüssige Renten	293
7.3.2	Anpassung der Perioden mit der Ersatzrente	295
7.3.3	Ewige Renten	298
7.4	Tilgungsrechnung	299

7.4.1	Der Zahlungsstrom eines Kredits	299
7.4.2	Tilgungspläne	300
7.4.3	Ratentilgung	301
7.4.4	Reguläre Annuitätentilgung	302
7.4.5	Percentannuitätentilgung	304
7.4.6	Percentannuitätentilgung mit Disagio	306
7.5	Investitionsrechnung	308
7.5.1	Normalinvestitionen und Kapitalwert	308
7.5.2	Annuitäten von Investitionsreihen	310
7.5.3	Interner Zinsfuß bei Normalinvestitionen	311
7.5.4	Interner Zinsfuß bei Nicht-Normalinvestitionen	315
7.6	Portfolio-Optimierung	317
7.6.1	Optimierung eines Portfolios zweier Aktien	318
7.6.2	Optimierung eines Portfolios beliebig vieler Aktien	321
7.7	Übungen zum Kapitel 7	323
Sachwortverzeichnis	330