

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	11
Teil I: Geometrie der Ebene	15
1 Symmetrie	16
1.1 Vom Chaos zur Symmetrie	16
1.2 Je mehr Symmetrieachsen, desto einfacher – eine gruppensdynamische Übung vom Kreis zum Fragezeichen	26
1.3 Diskussion über Symmetrieachsen	27
1.4 Zwei Symmetrieachsen – ästhetisches Empfinden	29
1.5 Punkt- und Achsensymmetrie	30
1.6 Wie viele Figuren gibt es, die sowohl achsen- als auch punktsymmetrisch sind?	32
1.7 Symmetrie in Gruppenarbeit und kulturelle Bildung	34
2 Geometrische Formen und Konstruktionen.	37
2.1 Das Parallelogramm als verschobenes Rechteck	37
2.2 Mathematik ist eine Sprache	42
2.3 Dreieck und Trapez	44
2.4 Eine konstruktivistische Übung außerhalb des Klassenzimmers	51
2.5 Konstruktionspläne, Bastelanleitungen, Baupläne und Bedienungsanleitungen.	57
2.6 Konstruktionen mit Zirkel und Lineal.	61
2.7 Der Schwerpunkt eines Dreiecks	65
2.8 Kongruenzsätze oder der Anruf vom Baumarkt	65
2.9 Zentrische Streckung und Strahlensätze.	66
2.10 Winkelsumme im Dreieck oder Parkettierungen	74
2.11 Streichhölzer und Geometrie	77
2.12 Platonische Parkettierung	79

2.13	Schöner wohnen mit Mathematik – archimedische Parkettierungen	82
2.14	Grenzen der Vorstellungskraft – zwei Ringe und das Möbiusband	86
3	Dreieck und rechter Winkel	90
3.1	Der Satz des Thales	90
3.2	Geodreiecke markieren einen Kreis – die Umkehrung des Thales	92
3.3	Pythagoras in zwei haptischen Beweisen	94
3.4	Eine Aufgabe für Pythagoras: Erdkrümmung eines kleinen Sees	98
3.5	Trigonometrie	99
4	Kreisberechnung.	105
4.1	Die Kreiszahl π	105
4.2	Flächeninhalt des Kreises oder die Pizza im Unterricht.	110
4.3	Flächeninhalt ohne Pizza	112
4.4	Ein zweites Mal Pizza: Kreisbogen und Kreisausschnitt.	114
4.5	Konkrete Aufgaben: Münzen und Uhren	114
4.6	Eine antike Methode: ein Lernzirkel zur Kreisberechnung.	115
Teil II:	Geometrie im Raum	123
5	Erbsen und Zahnstocher und die Sache mit der Geometrie.	124
5.1	Vorbereitung und Einführung.	125
5.2	Umgang mit den Objekten	129
5.3	Symmetrie als Bauanleitung: platonische Körper	130
5.4	Duale platonische Körper – Weihnachtssterne	135
5.5	Mathematik – eine universelle Wahrheit.	138
5.6	Projektion – Schattenbilder der Objekte.	139
5.7	Rechnung und Anschauung.	141
5.8	Knoten, Linien und Flächen – ein Beispiel zur vollständigen Induktion	143
5.9	Euler'scher Polyedersatz	146
5.10	Tetraeder und Oktaeder – Parkettierung im Raum	147
5.11	Volumina im Vergleich: Tetraeder und Oktaeder	149
5.12	Puzzle aus zwei Teilen	153

5.13	Auf dem Weg zur Sierpinski-Pyramide	154
5.14	Die Sierpinski-Pyramide	157
5.15	Fraktale: Ästhetik einer Unendlichkeit	162
5.16	Minimalflächen unter Randbedingungen.	165
5.17	Vierdimensionale Welten, unblutige Operationen . . .	169
5.18	Ecken, Kanten und Flächen eines vierdimensionalen Würfels	172
5.19	Ein dreidimensionales Foto des Hyperwürfels	175
6	Vom Raum zur Fläche: Projektion	177
6.1	Projektion – Informationsverlust und räumlich invertiertes Sehen	177
6.2	Drachenbau	180
6.3	Senkrechte Parallelprojektion (Zweitafelprojektion) . .	184
7	Körperberechnungen	187
7.1	Satz des Pythagoras und die Raumdiagonale des Klassenzimmers	187
7.2	Drei Pyramiden in einer Kartoffel	188
7.3	Kegeloberfläche oder der Bau eines Kegels	189
7.4	Bau von Dächern	191
Teil III:	Rechnen mit Größen	193
8	Schätzen und Runden	194
8.1	Schätzen	194
8.2	Schätzen von Flächeninhalten	198
8.3	Runden – ein Programm	200
8.4	Vorstellung großer Zahlen – Modellbau und das Gefühl für Millionen und Milliarden	200
9	Größen.	204
9.1	Die Erfindung des Maßes	204
9.2	Absurde Geschichten	206
9.3	Umrechnen von Größen – das Gehirn in der Streichholz- schachtel.	208
9.4	Flächeninhalt eines Rechtecks oder ein neuer Boden für das Klassenzimmer	210
9.5	Umrechnen von Flächeneinheiten – Standpunkte einnehmen	213

9.6	Die Fläche des Anlagensees oder der Beginn des mathematischen Modellierens	215
9.7	Wie viel Kubikmeter Luft passen ins Schulgebäude? . .	221
9.8	Persönliche Größen – die eigene Oberfläche	229
9.9	Länge, Fläche und Volumen: die Vermessung eines Baumes	232
9.10	Die exakte Höhe eines Baumes?	237
9.11	Zufällige und systematische Fehler	240
10	Winkelmaße	242
10.1	Winkel	242
10.2	Schatzsuche mit Winkeln	244
10.3	Ein Modellweg mit Stiften	247
10.4	Winkel zeichnen mit dem Geodreieck – verbale und nonverbale Kommunikation	249
Literatur	252
Dank	253
Sachverzeichnis	255