

---

# Taschenbuch der Statistik

---

herausgegeben von  
Prof. Dr. Werner Voß

Mit 165 Bildern und 126 Tabellen



FACHBUCHVERLAG LEIPZIG  
im Carl Hanser Verlag

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b> .....	<b>17</b>
1.1	Methoden der Datenbereitstellung .....	17
	1.1.1 Sekundärstatistik .....	18
	1.1.2 Primärstatistik .....	19
1.2	Grundbegriffe .....	23
1.3	Skalierung .....	25
	1.3.1 Nicht-metrische Skalen .....	25
	1.3.2 Metrische Skalen (Kardinalskalen) .....	26
	1.3.3 Skalentransformation .....	27
1.4	Klassierung .....	31
1.5	Datenpräsentation .....	33
	1.5.1 Tabellen .....	33
	1.5.2 Graphiken .....	35
1.6	Anwendungsbeispiele .....	40
1.7	Problemlösungen mit SPSS .....	42
1.8	Literaturhinweise .....	46
<b>2</b>	<b>Stichprobenverfahren</b> .....	<b>47</b>
2.1	Aufgaben der Stichprobentheorie und -planung .....	47
2.2	Auswahlverfahren .....	51
	2.2.1 Gesamtheiten .....	51
	2.2.2 Einteilung der Auswahlverfahren .....	52
	2.2.3 Willkürliche Auswahl .....	53
	2.2.4 Bewußte Auswahlen .....	54
	2.2.5 Zufallsauswahlen .....	56
	2.2.6 Praktische Realisierung von Zufallsauswahlen .....	62
2.3	Schätzverfahren .....	71
	2.3.1 Kenngrößen und Stichprobenfunktionen .....	71
	2.3.2 Einfache Zufallsstichproben .....	77
	2.3.3 Gebundene Hochrechnungen .....	81
	2.3.4 Geschichtete Stichproben .....	85
	2.3.5 Klumpen- bzw. Flächenstichproben .....	95
2.4	Ergänzungen .....	104
	2.4.1 Rückfangmethode zur Schätzung von N .....	104
	2.4.2 Planung des Stichprobenumfangs .....	105
	2.4.3 Auswertungsmöglichkeiten für Daten aus komplexen Stichprobendesigns .....	107

2.4.4	Nicht stichprobenbedingte Fehler und Verzerrungen .....	109
2.5	Literaturhinweise.....	110
<b>3</b>	<b>Mittelwerte .....</b>	<b>113</b>
3.1	Zielsetzung .....	113
3.2	Ein begleitendes Beispiel .....	113
3.3	Arithmetischer Mittelwert .....	115
3.4	Harmonischer Mittelwert .....	120
3.5	Geometrischer Mittelwert.....	123
3.6	Median .....	127
3.7	Modus (häufigster Wert) .....	131
3.8	Anwendungsbeispiele.....	134
3.9	Problemlösungen mit SPSS.....	135
3.10	Literaturhinweise.....	136
<b>4</b>	<b>Streuungs-, Konzentration-, Schiefe- und Wölbungsmaße .....</b>	<b>137</b>
4.1	Streuungsmaße .....	137
4.1.1	Die Spannweite .....	140
4.1.2	Der mittlere Quartilsabstand .....	141
4.1.3	Das Streuungsmaß von Gini.....	144
4.1.4	Die mittlere absolute Abweichung.....	145
4.1.5	Varianz und Standardabweichung.....	147
4.2	Konzentrationsmaße.....	156
4.3	Schiefe- und Wölbungsmaße.....	162
4.3.1	Die statistischen Momente .....	162
4.3.2	Maßzahlen der Schiefe.....	164
4.3.3	Maßzahlen der Wölbung .....	165
4.4	Anwendungsbeispiel .....	166
4.5	Problemlösungen mit SPSS.....	166
4.6	Literaturhinweise.....	167
<b>5</b>	<b>Bivariate Statistik.....</b>	<b>169</b>
5.1	Übersicht .....	169
5.2	Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen .....	170
5.2.1	Grundbegriffe.....	170
5.2.2	Randverteilungen .....	172
5.2.3	Bedingte Verteilung .....	172
5.2.4	Unabhängigkeit von Merkmalen.....	174

5.3	Metrisch meßbare Merkmale: Regression und Korrelation .....	176
5.3.1	Lineare Regression.....	176
5.3.2	Nichtlineare Regression .....	183
5.4	Zusammenhangsmaße für metrische Daten.....	185
5.4.1	Streuungszerlegung und Bestimmtheitsmaß .....	185
5.4.2	Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson.....	187
5.4.3	Korrelationsindex.....	189
5.5	Ordinal meßbare Merkmale.....	190
5.5.1	Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman.....	191
5.5.2	Rangkorrelationskoeffizient (Konkordanz- koeffizient) nach Goodman und Kruskal .....	195
5.5.3	Rangkorrelationskoeffizient (Konkordanz- koeffizient) nach Kendall .....	196
5.6	Nominal meßbare Merkmale: Assoziationsmaße .....	196
5.6.1	Assoziationsmaße auf Basis der Größe $\chi^2$ (Chi-Quadrat): Kontingenzkoeffizienten .....	197
5.6.2	Maße der prädikativen Assoziation.....	199
5.7	Zusammenfassung .....	202
5.8	Anwendungsbeispiele.....	202
5.9	Problemlösungen mit SPSS.....	204
5.10	Literaturhinweise.....	207
<b>6</b>	<b>Verhältnis- und Indexzahlen .....</b>	<b>209</b>
6.1	Verhältniszahlen.....	209
6.1.1	Begriff, Arten und Eigenschaften von Verhältniszahlen .....	209
6.1.2	Rechnen mit Wachstumsraten.....	213
6.1.3	Aggregation, Strukturabhängigkeit, Standardisierung .....	217
6.2	Indexzahlen .....	220
6.2.1	Direkte Indexformeln .....	221
6.2.2	Axiome und Axiomensysteme .....	225
6.2.3	Neuere Vorschläge für Indexformeln.....	230
6.2.4	Kettenindizes.....	239
6.3	Literaturhinweise .....	241
<b>7</b>	<b>Zeitreihenanalyse .....</b>	<b>243</b>
7.1	Definitionen und Beispiele .....	243
7.2	Das traditionelle Zeitreihen-Komponentenmodell .....	247

---

7.3	Saisonbereinigungsverfahren .....	248
7.3.1	Zielsetzung.....	248
7.3.2	Saisonbereinigung im additiven Komponenten- modell bei konstanter und variabler Saisonfigur .	249
7.3.3	In der Praxis eingesetzte Verfahren .....	256
7.3.4	Einige praktische Probleme der Saisonbereinigung	258
7.4	Prognosen.....	259
7.4.1	Klassifikation von Prognoseverfahren .....	259
7.4.2	Linearer Trend .....	260
7.4.3	Exponential smoothing .....	262
7.5	Stochastische Zeitreihenmodelle.....	269
7.6	Anwendungsbeispiel .....	273
7.7	Problemlösungen mit SPSS.....	274
7.8	Literaturhinweise.....	276
<b>8</b>	<b>Kombinatorik .....</b>	<b>277</b>
8.1	Allgemeines.....	277
8.2	Anordnung von Elementen (Permutation).....	278
8.3	Auswahl von Elementen (Variationen und Kombinationen) .....	280
8.3.1	Variation mit Wiederholung .....	281
8.3.2	Variation ohne Wiederholung .....	282
8.3.3	Kombination mit Wiederholung .....	282
8.3.4	Kombination ohne Wiederholung .....	282
8.4	Anwendungsbeispiele.....	283
8.5	Problemlösungen mit SPSS.....	283
8.6	Literaturhinweise.....	284
<b>9</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung.....</b>	<b>285</b>
9.1	Grundbegriffe .....	285
9.2	Wahrscheinlichkeiten .....	292
9.2.1	Zur Geschichte .....	292
9.2.2	Wahrscheinlichkeitsbegriff .....	293
9.3	Elementare Wahrscheinlichkeitsmodelle .....	295
9.3.1	Gleichmöglichkeitsmodell (Laplace-Modell) oder klassisches Wahrscheinlichkeitsmodell .....	295
9.3.2	Das Bernoulli-Modell .....	296
9.3.3	Statistisches Wahrscheinlichkeitsmodell und von-Mises-Modell.....	296
9.3.4	Weitere elementare Wahrscheinlichkeitsmodelle ...	298

9.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit, Multiplikationssatz, Unabhängigkeit von Ereignissen.....	299
9.4.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	299
9.4.2	Multiplikationssatz.....	301
9.4.3	Stochastische Unabhängigkeit .....	301
9.5	Einige Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	304
9.6	Literaturhinweise.....	307

## **10 Wahrscheinlichkeitsverteilungen ..... 309**

10.1	Grundkonzepte .....	309
10.1.1	Zufallsvariablen .....	309
10.1.2	Wahrscheinlichkeitsfunktion und Dichtefunktion... ..	310
10.1.3	Verteilungsfunktion .....	313
10.1.4	Parameter für Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	314
10.1.5	Funktionen von Zufallsvariablen .....	317
10.2	Gleichverteilung.....	318
10.3	Binomialverteilung.....	323
10.4	Multinomiale Verteilung .....	327
10.5	Geometrische Verteilung.....	329
10.6	Hypergeometrische Verteilung.....	331
10.7	Poisson-Verteilung .....	335
10.8	Normalverteilung .....	338
10.9	Exponentialverteilung .....	342
10.10	Chi-Quadrat-Verteilung .....	343
10.11	t-Verteilung .....	345
10.12	F-Verteilung .....	346
10.13	Anwendungsbeispiele.....	348
10.14	Problemlösungen mit SPSS.....	348
10.15	Literaturhinweise.....	349

## **11 Stochastische Prozesse..... 351**

11.1	Grundbegriffe .....	351
11.2	Gesetze der großen Zahlen.....	352
11.2.1	Satz von Tschebyscheff .....	352
11.2.2	Schwaches Gesetz der großen Zahlen in der Form von Tschebyscheff.....	353
11.2.3	Schwaches Gesetz der großen Zahlen in der Form von Bernoulli .....	353
11.2.4	Schwaches Gesetz der großen Zahlen nach Chintschin.....	354
11.2.5	Starkes Gesetz der großen Zahlen von Kolmogorov.....	355

	11.2.6 Starkes Gesetz der großen Zahlen von Borel und Cantelli.....	355
11.3	Zentrale Grenzwertsätze.....	356
	11.3.1 Zentraler Grenzwertsatz nach Lindeberg und Levy	356
	11.3.2 Zentraler Grenzwertsatz von deMoivre und Laplace .....	358
	11.3.3 Zentraler Grenzwertsatz nach Ljapunoff.....	359
11.4	Allgemeine Beschreibung stochastischer Prozesse .....	361
	11.4.1 Grundlagen.....	361
	11.4.2 Kennzahlen .....	364
11.5	Klassen spezieller stochastischer Prozesse.....	367
11.6	Stationäre Prozesse.....	374
11.7	Literaturhinweise.....	381

## **12 Statistische Schätztheorie..... 383**

12.1	Einleitung .....	383
12.2	Bayesianische Schätztheorie .....	384
	12.2.1 Bayesianische Punkt- und Bereichsschätzer .....	385
	12.2.2 Schätzung einer Wahrscheinlichkeit .....	386
12.3	Frequentistische Schätztheorie .....	389
	12.3.1 Maximum-Likelihood-Methode.....	389
	12.3.2 Gütekriterien .....	389
	12.3.3 Weitere Konstruktionsprinzipien für Punktschätzer	401
	12.3.4 Bereichsschätzer .....	405
12.4	Anwendungsbeispiele.....	418
12.5	Softwarelösungen .....	419
12.6	Literaturhinweise.....	419

## **13 Parametrische Tests bei großen**

	<b>Stichproben .....</b>	<b>421</b>
13.1	Grundkonzepte .....	421
13.2	Test des arithmetischen Mittels .....	422
13.3	Test für den Anteilswert .....	429
13.4	Test für die Standardabweichung .....	430
13.5	Test für die Differenz zweier Mittelwerte .....	431
13.6	Test für die Differenz zweier Anteilswerte .....	433
13.7	Test für die Differenz zweier Standardabweichungen.....	434
13.8	Die Güte eines Tests.....	435
13.9	Varianzanalyse .....	436
13.10	Ergänzungen.....	439
13.11	Anwendungsbeispiele.....	440

13.12	Problemlösungen mit SPSS.....	441
13.13	Literaturhinweise.....	444
<b>14</b>	<b>Nichtparametrische Tests.....</b>	<b>445</b>
14.1	Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest .....	446
14.2	Chi-Quadrat-Anpassungstest.....	451
14.3	Chi-Quadrat-Homogenitätstest.....	457
14.4	Test auf Zufälligkeit .....	460
14.5	Binomialtest .....	463
14.6	Fisher-Test.....	466
14.7	Vorzeichentest für zwei verbundene Stichproben und der Median-Test .....	470
	14.7.1 Vorzeichentest für zwei verbundene Stichproben...	470
	14.7.2 Mediantest.....	473
14.8	Wilcoxon-Rangtest für zwei verbundene Stichproben .....	476
14.9	Wilcoxon-Rangsummentest für k=2 unabhängige Stichproben (Man-Whitney-U-Test) .....	480
14.10	Kruskal-Wallis-Test .....	484
14.11	Kolmogorov-Smirnov-Test .....	488
14.12	McNemar-Test .....	493
14.13	Anwendungsbeispiele und Problemlösungen mit SPSS .....	496
14.14	Literaturhinweise.....	509
<b>15</b>	<b>Multiple Regression und Korrelation.....</b>	<b>511</b>
15.1	Grundkonzepte .....	511
	15.1.1 Zentrale Begriffe .....	511
	15.1.2 Konzepte .....	512
	15.1.3 Voraussetzungen .....	517
15.2	Berechnungen.....	518
	15.2.1 Formeln .....	518
	15.2.2 Rechenbeispiele .....	519
15.3	Hinweise auf andere Verfahren.....	521
15.4	Problembereiche.....	523
15.5	Anwendungsbeispiele.....	524
15.6	Problemlösungen mit SPSS.....	526
15.7	Literaturhinweise.....	528
<b>16</b>	<b>Faktorenanalyse .....</b>	<b>531</b>
16.1	Grundidee .....	531
16.2	Faktorenextraktion .....	533



---

16.3	Kommunalitäten und Faktorenzahl .....	542
16.4	Das Rotationsproblem .....	548
16.5	Bestimmung der Faktorwerte .....	553
16.6	Anwendungsbeispiel und Problemlösung mit SPSS .....	559
16.7	Literaturhinweise.....	563
<b>17</b>	<b>Clusteranalyse .....</b>	<b>565</b>
17.1	Grundlagen.....	565
	17.1.1 Zielsetzungen .....	565
	17.1.2 Zentrale Begriffe .....	565
	17.1.3 Voraussetzungen .....	566
17.2	Konzepte .....	567
	17.2.1 Standardisierung .....	567
	17.2.2 Ähnlichkeitsmaße .....	568
	17.2.3 Distanzmaße.....	570
	17.2.4 Gemischtes Skalenniveau .....	570
17.3	Verfahren der Klassenbildung.....	571
	17.3.1 Hierarchisch-agglomerative Verfahren .....	571
	17.3.2 Partitionierende Verfahren .....	572
	17.3.3 Algorithmen für die hierarchisch-agglomerative Klassenbildung .....	573
	17.3.4 Verfahren von Ward.....	575
17.4	Klassendiagnose .....	575
17.5	Klassifikation auf stochastischer Basis .....	576
17.6	Hinweise auf andere Verfahren .....	577
17.7	Anwendungsbeispiel .....	578
17.8	Problemlösung mit SPSS.....	579
17.9	Literaturhinweise.....	581
<b>18</b>	<b>Diskriminanzanalyse .....</b>	<b>583</b>
18.1	Begriff der Klassifikation .....	583
18.2	Geometrie der linearen Diskriminanzanalyse.....	585
18.3	Allgemeine Kriterien zur Wahl von Klassifikationsregeln.....	588
18.4	Lineare Diskriminanzanalyse .....	591
18.5	Klassifikationsbeurteilung .....	595
18.6	Besonderheiten bei der Anwendung von Diskriminanzanalysen .....	599
18.7	Anwendungsbeispiel .....	600
18.8	Problemlösung mit SPSS.....	601
18.9	Literaturhinweise.....	607

<b>19</b>	<b>Logit- und Probit-Modelle</b> .....	<b>609</b>
19.1	Notation.....	609
19.2	Modellierung .....	610
	19.2.1 Das lineare Wahrscheinlichkeitsmodell .....	610
	19.2.2 Logit- und Probit-Modelle .....	612
19.3	Schätzung der Parameter .....	617
	19.3.1 Die Maximum-Likelihood-Methode .....	618
	19.3.2 Berechnung der Schätzwerte .....	620
	19.3.3 Eigenschaften der ML-Schätzer .....	621
19.4	Modelldiagnostik und Hypothesentests.....	623
	19.4.1 Gütemaße .....	623
	19.4.2 Gruppierte Daten: Kennwerte und Tests.....	627
	19.4.3 Tests linearer Hypothesen .....	628
19.5	Prädiktion, marginale Auswahlwahrscheinlichkeit und „odds-ratio“ .....	631
19.6	Zwei Beispiele.....	635
	19.6.1 Ein Probit-Modell .....	635
	19.6.2 Logit-Modell und SPSS-Anwendung .....	638
19.7	Ergänzungen und Erweiterungen .....	641
19.8	Literaturhinweise.....	643
<b>20</b>	<b>Unschärfe Daten</b> .....	<b>645</b>
20.1	Einleitung .....	645
20.2	Unschärfe Zahlen .....	645
20.3	Unschärfe Vektoren.....	649
20.4	Rechnen mit unscharfen Daten.....	651
20.5	Unschärfe Stichproben .....	652
20.6	Funktionen unscharfer Größen .....	654
20.7	Schätzungen bei unscharfen Daten.....	656
20.8	Unschärfe Konfidenzbereiche .....	659
20.9	Unschärfe Daten und statistische Tests .....	663
20.10	Bayes'sche Analyse.....	665
	20.10.1 Das Bayes'sche Theorem für unscharfe Daten .....	665
	20.10.2 Unschärfe Bayes'sche Vertrauensbereiche .....	668
	20.10.3 Unschärfe Prognoseverteilungen .....	670
20.11	Ausblick .....	671
20.12	Literaturhinweise.....	671
<b>21</b>	<b>Data Mining</b> .....	<b>673</b>
21.1	Was ist Data Mining?.....	673
21.2	Allgemeine methodische Grundlagen .....	675

21.3	Data Mining mittels Assoziationsregeln .....	678
21.4	Klassifikation .....	683
21.5	Data Mining Software .....	690
21.6	Literaturhinweise.....	691

<b>22</b>	<b>Graphentheoretische Modelle in der Statistik .....</b>	<b>693</b>
22.1.	Grundlagen.....	693
	22.1.1 Wahrscheinlichkeitstheorie .....	693
	22.1.2 Graphentheorie.....	694
22.2	Einleitung .....	695
22.3	Konstruktion von Graphen .....	698
	22.3.1 Ableitung von Graphen aus der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung .....	698
	22.3.2 Ableitung von Graphen aus Unabhängigkeitsannahmen.....	701
	22.3.3 Ableitung von Graphen aus Gleichungssystemen...	702
	22.3.4 Die Markov-Bedingung .....	704
22.4	d-Separation .....	705
	22.4.1 Separierung in gerichteten Graphen.....	705
	22.4.2 Unabhängigkeitsbedingungen .....	706
	22.4.3 Perfekte Abbildungen .....	710
22.5	Kausale Modelle und kausale Effekte .....	711
	22.5.1 Kausale Modelle .....	711
	22.5.2 Kausale Effekte .....	712
22.6	Software-unterstützte Generierung von Graphen .....	716
	22.6.1 Ablauf des Verfahrens .....	717
22.7	Literaturhinweise.....	721

<b>Register .....</b>	<b>723</b>
-----------------------	------------

<b>SPSS-Datenbestände.....</b>	<b>741</b>
--------------------------------	------------