

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
I Einführung	1
1 Einleitung	3
1.1 Signale	4
1.2 Systeme	4
1.3 Signalverarbeitung	6
1.4 Struktur des Buches	9
2 Mathematische Grundlagen	11
2.1 Räume	11
2.1.1 Metrischer Raum	12
2.1.2 Linearer Raum	13
2.1.3 Normierte Räume	15
2.1.4 Innenproduktraum	16
2.1.5 Unitärer Raum	18
2.1.6 Hilbert-Raum	20
2.1.7 Basis	21
2.2 Integraltransformationen	28
2.2.1 Integrationskerne	28
2.2.2 Zweidimensionale Transformationen	31
2.3 Operatoren	32
2.3.1 Lineare Operatoren	33
2.3.2 Typen von linearen Operatoren	38
2.3.3 Darstellungsmatrix	39
2.3.4 Verschiebungsoperator	41

2.4	Holomorphe Funktionen	42
2.4.1	Cauchy'sche Integralformel	42
2.4.2	Laurent-Reihe	44
2.4.3	Residuensatz	48

II Zeitkontinuum 51

3	Zeitkontinuierliche Signale	53
3.1	Funktionenräume	53
3.1.1	Signalklassen	54
3.1.2	Norm und Innenprodukt von Signalen	56
3.1.3	Norm und Innenprodukt mit Belegung	58
3.2	Stochastische Signale	59
3.2.1	Wahrscheinlichkeit	59
3.2.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung	60
3.2.3	Stochastische Prozesse	66
3.3	Deterministische Signale	81
3.3.1	Orthogonale Funktionensysteme	81
3.3.2	Biorthogonale Funktionensysteme	85
3.4	Fourier-Reihe	86
3.5	Fourier-Transformation	94
3.5.1	Definition der Fourier-Transformation	96
3.5.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation	99
3.5.3	Energie- und Leistungsdichte	106
3.5.4	Cosinus- und Sinus-Transformation	106
3.6	Testsignale	108
3.6.1	Dirac-Impuls	109
3.6.2	Konstantes Signal	110
3.6.3	Vorzeichenfunktion	111
3.6.4	Einheitssprung	111
3.6.5	Komplexe Schwingung	111
3.6.6	Rechteckfunktion	112
3.6.7	Exponentialimpuls	113
3.6.8	Doppelseitige Exponentialfunktion	114
3.6.9	Exponentialsignal	114
3.6.10	Gauß-Impuls	116

3.7	Besonderheiten der Fourier-Transformation	118
3.7.1	Leckeffekt	118
3.7.2	Gibbs'sches Phänomen	121
3.8	Allgemeine Signaleigenschaften	126
3.8.1	Zeitdauer-Bandbreite-Produkt	126
3.8.2	Riemann-Lebesgue'sches Lemma	130
3.9	Verwendung von Fensterfunktionen	135
3.10	Aufgaben	137
4	Zeitkontinuierliche Systeme	145
4.1	Eigenschaften	145
4.1.1	Lineare zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme)	150
4.1.2	Mehrgrößensysteme	155
4.2	Systembeschreibung durch Differentialgleichungen	156
4.2.1	Allgemeine Darstellung	156
4.2.2	Zustandsraum	157
4.3	Laplace-Transformation	162
4.3.1	Definition	162
4.3.2	Konvergenz der Laplace-Transformation	166
4.3.3	Inverse Laplace-Transformation	168
4.3.4	Eigenschaften	168
4.3.5	Rücktransformation	173
4.3.6	Anwendung bei der Systembeschreibung	178
4.3.7	Vergleich zwischen Laplace- und Fourier-Transformation	180
4.4	Systemfunktion	180
4.4.1	Pol- und Nullstellen	182
4.4.2	Verknüpfung von Systemfunktionen	186
4.4.3	Frequenzgang	189
4.4.4	Bode-Diagramm	194
4.4.5	Minimalphasensystem und Allpass	197
4.4.6	Strukturdarstellung kontinuierlicher LTI-Systeme	201
4.5	Frequenzselektive Filter	204
4.5.1	Filtertransformation	206
4.5.2	Entwurf normierter Tiefpässe	208
4.5.3	Bestimmung der Übertragungsfunktion	214
4.6	Hilbert-Transformation	216
4.7	Aufgaben	225

III	Zeitdiskretisierung	231
5	Zeitdiskrete Signale	233
5.1	Grundlagen	233
5.1.1	Zeitdiskretisierung	233
5.1.2	Abtasttheorem	235
5.1.3	Aliasing	241
5.1.4	Rekonstruktion	243
5.2	Diskrete Zufallsvariablen	248
5.3	Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale	249
5.3.1	Definition der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale	250
5.3.2	Eigenschaften der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale	252
5.3.3	Energie- und Leistungsdichte	254
5.4	Abtastfrequenz	255
5.4.1	Überabtastung	256
5.4.2	Unterabtastung	264
5.5	Spektralanalyse	272
5.5.1	Diskrete Fourier-Transformation (DFT)	272
5.5.2	Schnelle Fourier-Transformation (FFT)	278
5.5.3	Eigenschaften der DFT	279
5.5.4	Auflösung im Zeit- und Frequenzbereich	282
5.5.5	DFT einer komplexen Schwingung ohne Leckeffekt	284
5.5.6	DFT einer komplexen Schwingung mit Leckeffekt	285
5.5.7	Zero-Padding	288
5.5.8	Periodogramm	289
5.6	Verwendung von Fensterfunktionen	290
5.6.1	Definition	292
5.6.2	Rechteckfenster	292
5.6.3	Dreieckfenster	294
5.6.4	Hann-Fenster	295
5.6.5	Blackman-Fenster	295
5.6.6	Dolph-Tschebyschow-Fenster	296
5.6.7	Zeitdiskretes Gauß-Fenster	297
5.6.8	Zusammenfassung	298
5.7	Weitere diskrete Transformationen	300
5.7.1	Walsh-Transformation	300
5.7.2	Allgemeine diskrete Transformation	303
5.8	Aufgaben	305

6	Zeitdiskrete Systeme	311
6.1	Eigenschaften	311
6.1.1	Lineare zeitinvariante Systeme (LTI-Systeme)	314
6.1.2	Mehrgrößensysteme	316
6.2	Systembeschreibung durch Differenzgleichungen	317
6.2.1	Allgemeine Darstellung	317
6.2.2	Zustandsraum	318
6.3	Die z-Transformation	320
6.3.1	Definition	320
6.3.2	Existenz der z-Transformierten	323
6.3.3	Inverse z-Transformation	327
6.3.4	Möglichkeiten der Rücktransformation	327
6.3.5	Eigenschaften	335
6.4	Systemfunktion	339
6.4.1	Pol- und Nullstellen	341
6.4.2	Verknüpfung von Systemen	342
6.4.3	Frequenzgang	343
6.4.4	Minimalphasensystem und Allpass	353
6.4.5	Strukturdarstellung zeitdiskreter LTI-Systeme	356
6.5	Linearphasige Systeme	363
6.5.1	Definition und Eigenschaften	363
6.5.2	Linearphasige FIR-Filter	367
6.6	Zeitdiskrete Darstellung kontinuierlicher Systeme	371
6.6.1	Umsetzung der Übertragungsfunktion	372
6.6.2	Impulsinvarianz	372
6.6.3	Pol- und Nullstellenübertragung	374
6.6.4	Numerische Integration	375
6.7	Frequenzselektive Filter	379
6.7.1	Kausales FIR-Filter über Impulsinvarianz	379
6.7.2	Akausales FIR-Filter über die DFT	386
6.7.3	IIR-Filter über die zeitdiskrete Übertragungsfunktion	391
6.7.4	FIR-Filter über Transformation des Frequenzganges	395
6.8	Spezielle zeitdiskrete Filter	399
6.8.1	Zeitdiskrete Hilbert-Transformation	399
6.8.2	Zeitdiskreter Differenzierer	406
6.8.3	Korrektur der Gruppenlaufzeit eines Filters	407
6.9	Aufgaben	412

IV	Zeit-Frequenz-Analyse	417
7	Signaldarstellung mit Frames	419
7.1	Fensterfunktionen.....	419
7.1.1	Verschiebungsinvarianz	421
7.1.2	Effektive Zeitdauer und effektive Bandbreite.....	422
7.2	Skalierung	425
7.2.1	Skalierung im Zeit- und Frequenzbereich	425
7.2.2	Skalierungsinvarianz	428
7.3	Hilbert-Räume	428
7.3.1	Basisfunktionen	429
7.3.2	Orthonormalität	437
7.3.3	Biorthonormalität	441
7.3.4	Frames	442
7.3.5	Straffe Frames.....	447
7.3.6	Frames mit verschobenen Fensterfunktionen.....	454
7.4	Aufgaben.....	459
8	Kurzzeit-Fourier-Transformation	461
8.1	Kontinuierliche Kurzzeit-Fourier-Transformation	461
8.1.1	Definition und Interpretationen	461
8.1.2	Spektrogramm	466
8.1.3	Verschiebungsinvarianz	467
8.1.4	Rekonstruktion des Zeitsignals	468
8.1.5	Beispiele zur Kurzzeit-Fourier-Transformation.....	470
8.2	Gabor-Reihe.....	479
8.2.1	Diskretisierung von Zeit- und Frequenzverschiebung	479
8.2.2	Abtasttheorem für die Zeit-Frequenz-Verteilung	481
8.2.3	Rekonstruktion des Zeitsignals	483
8.2.4	Gabor-Reihe als Frame.....	486
8.3	Diskrete Kurzzeit-Fourier-Transformation.....	490
8.3.1	Definition	490
8.3.2	Rekonstruktion des zeitdiskreten Signals.....	493
8.3.3	Berechnung der Synthesefunktionen	494
8.3.4	Filterbank-Interpretation	499
8.4	Aufgaben.....	503

9	Wavelet-Transformation	505
9.1	Kontinuierliche Wavelet-Transformation	505
9.1.1	Skalierung des Analysefensters	505
9.1.2	Definition der Wavelet-Transformation	508
9.1.3	Skalogramm	510
9.1.4	Zulässige Wavelets	511
9.1.5	Verschiebungs- und Affinvarianz	515
9.1.6	Verteilung der Signalenergie	515
9.1.7	Energieerhaltung	517
9.1.8	Rekonstruktion des Signals im Zeitbereich	519
9.1.9	Lokalisierungseigenschaft	520
9.1.10	Reproduzierender Kern	521
9.2	Wavelet-Funktionen	523
9.2.1	Gabor-Wavelet	523
9.2.2	Haar-Wavelet	530
9.2.3	Shannon-Wavelet	531
9.3	Semidiskrete dyadische Wavelets	531
9.3.1	Dyadisch diskretisierter Skalierungsfaktor	531
9.3.2	Rekonstruktion des Signals im Zeitbereich	534
9.4	Dyadische Wavelet-Reihen	537
9.4.1	Diskretisierung von Skalierung und Zeitverschiebung	537
9.4.2	Diskrete Wavelet-Transformation	539
9.5	Multiraten-Filterbank	540
9.5.1	Multiskalenanalyse	541
9.5.2	Schnelle Wavelet-Transformation	545
9.5.3	Inverse diskrete Wavelet-Transformation	548
9.5.4	Anwendung der Multiraten-Filterbänke	552
9.5.5	Zweidimensionale Wavelet-Transformation	560
9.6	Herleitung von Wavelet und Skalierungsfunktion	561
9.6.1	Definition der Unterräume	561
9.6.2	Berechnung der Skalierungsfunktion	564
9.6.3	Berechnung der Wavelet-Funktion	567
9.6.4	Zusammenfassung der Vorgehensweise	569
9.7	Skalierungsfilter	572
9.7.1	Orthonormalität der Skalierungsfunktion	573
9.7.2	Skalierungskoeffizienten	573
9.7.3	Daubechies-Filter	576
9.7.4	Berechnung von Skalierungsfunktion und Wavelet	580

9.7.5	Anwendungsbeispiele	587
9.8	Wavelet-Paket-Transformation	590
9.8.1	Erweiterung der Multiraten-Filterbänke	591
9.8.2	Redundanz des Wavelet-Paket-Baumes	594
9.8.3	Wahl der besten Basis	596
9.9	Aufgaben	601
10	Quadratische Zeit-Frequenz-Verteilungen	603
10.1	Wigner-Ville-Verteilung	603
10.1.1	Ambiguitätsfunktion	603
10.1.2	Definition der Wigner-Ville-Verteilung	606
10.1.3	Eigenschaften der Wigner-Ville-Verteilung	611
10.1.4	Moyals Formel, Spektrogramm und Skalogramm	619
10.1.5	Rekonstruktion von Zeitsignal und Spektrum	622
10.1.6	Wigner-Ville-Verteilung von Mehrkomponentensignalen	623
10.1.7	Diskrete Wigner-Ville-Verteilung	630
10.2	Optimierte quadratische Zeit-Frequenz-Verteilungen	631
10.2.1	Gefilterte Wigner-Ville-Verteilungen	632
10.2.2	Cohen-Klasse	633
10.2.3	Optimierung der Kernfunktion	645
10.2.4	Affine Klasse	647
10.2.5	Reassignment-Methode	649
10.2.6	Signalabhängige Filterung der Wigner-Ville-Verteilung	650
10.2.7	S-Methode	651
10.3	Aufgaben	656
A	Fourier-Transformationen	659
B	Laplace-Transformation	665
C	z-Transformation	669
D	Blockschaltbilder	673
E	Beweise	675
E.1	Polarisationsgleichung	675
E.2	Zeitdiskrete Poisson'sche Summenformel	676
E.3	Innenprodukt von Gabor-Wavelets	678

Literaturverzeichnis

681

Index

685