

Inhalt

Danksagung.....	9
Zusammenfassung.....	11
Abstract	13
Einleitung.....	15
1. Aktuelles Verständnis von Lehren und Lernen	20
1.1 Konstruktivistische Grundannahmen und konstruktivistisches Lernverständnis.....	20
1.2 Abgrenzung zu einer behavioristischen Auffassung von Lehren und Lernen.....	23
1.3 Auswirkungen des Verständnisses von Lehren und Lernen auf die Rolle der Lehrperson	26
1.4 Historischer Abriss und gegenwärtige Aktualität behavioristischer und konstruktivistischer Auffassungen von Lehren und Lernen.....	29
1.5 Veränderte Sichtweise auf das Lehren und Lernen im Mathematikunterricht.....	31
1.5.1 Historische Entwicklung zweier miteinander konkurrierender Ansätze des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht	32
1.5.2 Primat des Verstehens im Mathematikunterricht.....	34
1.5.3 Aktuelle Anforderungen und Zielsetzungen des Mathematikunterrichtes.....	39
1.5.4 Aktiv-entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht	42
2. Einmaleinssätze und ihre Erarbeitung nach einem aktuellen Verständnis von Mathematikunterricht	49
2.1 Fachliche Grundlagen – Multiplikation	50
2.1.1 Definition und Rechengesetze.....	50
2.1.2 Beispielgebundene Beweisstrategien zu den Eigenschaften	53
2.2 Strategiebegriff und Herangehensweisen zur Lösung von Einmaleinsaufgaben	60
2.2.1 Strategiebegriff allgemein.....	60
2.2.2 Herangehensweisen zur Lösung von Einmaleinsaufgaben.....	65
2.2.3 Strategiebegriff – Positionierung.....	70
2.2.4 Exkurs: Strategieverständnis im Zusammenhang mit dem Lösen von Einmaleinsaufgaben in der internationalen Literatur	72
2.3 Unterrichtliche Behandlung des kleinen Einmaleins aus mathematikdidaktischer Sicht	75
2.3.1 Automatisierung auf Basis von Einsicht.....	76
2.3.2 Arbeitsmittel als Mittel zum Rechnen, als Argumentations- und Beweismittel	82

2.4	Argumente für eine verständnisbasierte Erarbeitung des kleinen Einmaleins.....	89
2.4.1	Aktuelles Lehr- und Lernverständnis sowie das aktuelle Verständnis eines zeitgemäßen Mathematikunterrichtes	89
2.4.2	Positive Auswirkungen auf den Lern- und Wissensprozess bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins.....	91
2.4.3	Alternative Wege der Erarbeitung nicht zwangsläufig zielführend.....	97
2.4.4	Positive Auswirkungen auf leistungsschwache Schülerinnen und Schüler.....	103
2.4.5	Propädeutische Funktion für das weitere algebraische bzw. zukünftige Lernen im Mathematikunterricht	110
2.4.6	Zusammenfassung.....	116
2.5	Alternative Vorgehensweisen bei der Erarbeitung – ein Blick in die Historie und auf einzelne Bundesländer.....	119
2.5.1	Ein kurzer historischer Abriss unterrichtlicher Vorgehensweisen bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins.....	120
2.5.2	Erarbeitung des Einmaleins in Lehr-, Bildungs- und Rahmenplänen in Deutschland	127
2.6	Zusammenfassung und Desiderat.....	135
3.	Strategieentwicklung und Strategieverwendung	138
3.1	Von der Strategie beim Erlernen des Einmaleins zur Automatisierung: Entwicklungsmodelle	138
3.2	Empirische Ergebnisse zur Strategieverwendung und zum Faktenabruf.....	145
3.2.1	Nationale und internationale Studien sowie ihre Forschungsergebnisse.....	147
3.2.2	Methodische Schwierigkeiten bei der Kategorisierung der verschiedenen Herangehensweisen beim Lösen von Einmaleinsaufgaben	171
3.3	Strategiekompetenz und Einflussfaktoren auf die Strategiewahl.....	176
3.3.1	Flexibilität und Adaptivität – Begriffsklärung.....	176
3.3.2	Forschungsergebnisse zur Flexibilität und Adaptivität im Bereich der Multiplikation – Positionierung.....	183
3.3.3	Das Individuum und der Unterricht als Einflussfaktoren der Strategiewahl	192
3.3.4	Modell zur Kompetenz der Strategiewahl beim Einmaleins.....	205
3.4	Zusammenfassung und Desiderat.....	209
4.	Explorative Vorstudie – Fragebogenstudie zur Klassifizierung von Lehrkräften bei der Erarbeitung des kleinen Einmaleins.....	212
4.1	Forschungsfragen der Vorstudie.....	213
4.2	Design der Vorstudie	214
4.2.1	Stichprobe	214
4.2.2	Fragebogenkonstruktion und Durchführung.....	217

4.2.3	Kodierung und statistische Methoden	224
4.3	Forschungsergebnisse und Interpretation der Cluster	231
4.4	Zusammenfassende Diskussion.....	240
5.	Hauptstudie – Herangehensweisen beim Lösen von Einmaleinsaufgaben	243
5.1	Forschungsfragen.....	244
5.2	Studiendesign	246
5.2.1	Ablaufplan der Vor- und Hauptstudie.....	246
5.2.2	Auswahlprozess der teilnehmenden Lehrkräfte auf Basis der Vorstudie.....	248
5.2.3	Erhebungsinstrumente für die Gewinnung einer geschichteten Zufallsstichprobe.....	250
5.2.4	Stichprobe der Haupterhebung.....	255
5.3	Erhebungsinstrumente der Haupterhebung	262
5.3.1	Reaktionszeittestung.....	263
5.3.2	Strategieinterview	266
5.4	Kodierung und statistische Methoden der Haupterhebung.....	274
6.	Ergebnisse der Hauptstudie.....	282
6.1	Ergebnisse der Reaktionszeittestung.....	282
6.1.1	Methode zur Ermittlung einer individuellen Schwelle bzw. zur Ermittlung der Anzahl korrekter Abrufe aus dem Gedächtnis	287
6.1.2	Erfolgsquote, Lösungszeiten und Anzahl schneller Faktenabrufe.....	292
6.2	Ergebnisse des Strategieinterviews.....	302
6.2.1	Vielfalt an Herangehensweisen und die Häufigkeit des Einsatzes	302
6.2.2	Fehlerquoten und Fehlertypen je Herangehensweise.....	313
6.2.3	Strategierepertoire	318
6.3.4	Kompetenz der Strategiewahl – Flexibilität, Adaptivität und Transferierbarkeit.....	327
7.	Diskussion und Ausblick.....	343
7.1	Reaktionszeittestung.....	343
7.1.1	Individuelle Schwellen zur Ermittlung von Faktenabrufen.....	344
7.1.2	Anzahl korrekter Faktenabrufe aus dem Gedächtnis	346
7.1.3	Allgemeine Lösungsraten und Lösungszeiten korrekt gelöster Aufgaben je Aufgabentyp	349
7.1.4	Grenzen der Reaktionszeittestung und Forschungsperspektiven.....	352
7.2	Strategieinterview	353
7.2.1	Erkenntnisse bezogen auf die Gesamtstichprobe	354
7.2.2	Einflussfaktor Individuum	359
7.2.3	Einflussfaktor Unterricht.....	363
7.2.4	Interaktion der Faktoren Individuum und Unterricht.....	367
7.2.5	Grenzen des Strategieinterviews und Forschungsperspektiven.....	368
7.3	Fazit und Konsequenzen	369

Literatur	374
Tabellenverzeichnis	393
Abbildungsverzeichnis	396
Anhang	399
A. Ergänzendes zur Konzeption der Studie	399
A.1 Übersichtsbogen Reaktionszeittestung	399
A.2 Leitfaden	400
B. Ergänzende Teststatistik	404
B.1 Deskriptive Kennwerte und Teststatistik	404
B.2 Post-hoc-Tests	405