

# Inhalt

<b>Vorwort</b>	<b>9</b>
<b>1 Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>15</b>
Übersicht	15
1.1 Lineare Eingabe-Ausgabe-Beziehungen in der Wirtschaft	15
1.2 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen	20
1.3 Das Gauß'sche Eliminationsverfahren	24
1.3.1 Zeilenumformungen eines LGS	25
1.3.2 Die Staffelform eines LGS	26
1.3.3 Die Zeilenstufenform eines LGS	29
Zusammenfassung	31
<b>2 Lineare Optimierung</b>	<b>33</b>
Übersicht	33
2.1 Probleme der linearen Optimierung, Beispiele	34
2.1.1 Optimaler Verbrauch von Rohstoffen	34
2.1.2 Transportprobleme	34
2.1.3 Zuordnungsprobleme	35
2.2 Standardform eines LOP	36
2.3 Simplex-Algorithmus	38
2.3.1 Beispiel mit einer freien Variable	38
2.3.2 Simplex-Tableau	40
2.3.3 Basiswechsel mit einer freien Variablen	42
2.3.4 Basiswechsel mit mehreren freien Variablen	44
2.3.5 Schematische Darstellung des Simplex-Verfahrens	48
2.3.6 Diskussion des Verfahrens	49
2.4 Zweiphasenmethode	50
2.5 Softwaregestützte Lösung linearer Optimierungsprobleme	55
Zusammenfassung	56
<b>3 Vektoren in der Ökonomie</b>	<b>59</b>
Übersicht	59
3.1 Vektoren und Operationen mit Vektoren	59
3.1.1 Elementare Operationen mit Vektoren	61
3.1.2 Vektorräume	63
3.2 Koordinatensysteme und Linearkombinationen	65
3.3 Untervektorraum und Basis	75
3.3.1 Gewinnung einer Basis aus einem Erzeugendensystem	77
3.3.2 Basisbestimmung für Lösungsmengen homogener linearer Gleichungssysteme	78
3.4 Längen und Winkel: Geometrie mit Vektoren	82
3.5 Abstandsmessung, Projektionen und KQ-Methode	89
Zusammenfassung	99

<b>4</b>	<b>Matrizen in der Ökonomie</b>	<b>101</b>
	Übersicht . . . . .	101
4.1	Matrix-Vektor-Verflechtungen . . . . .	101
4.2	Matrix-Matrix-Verflechtungen . . . . .	105
4.3	Quadratische Matrizen und Inversion von Matrizen . . . . .	110
4.4	Determinanten . . . . .	116
4.4.1	Berechnung der Determinante mittels Zeilenumformungen . . . . .	118
4.4.2	LAPLACE-Entwicklungsformel für Determinanten . . . . .	121
4.4.3	Strategien zur Berechnung von Determinanten . . . . .	122
4.4.4	Anwendungen der Determinante . . . . .	123
4.5	Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	124
4.5.1	Bestimmung von Eigenwerten und Eigenvektoren . . . . .	126
4.5.2	Eigenwerte bei symmetrischen Matrizen . . . . .	128
4.6	Anwendungen der Matrizenrechnung . . . . .	130
4.6.1	Input-Output-Analysen und Leontief-Modelle . . . . .	131
4.6.2	Übergangsmatrizen und Markoff-Ketten . . . . .	133
	Zusammenfassung . . . . .	138
<b>5</b>	<b>Folgen und Reihen</b>	<b>141</b>
	Übersicht . . . . .	141
5.1	Folgen, explizit versus implizit . . . . .	142
5.2	Konvergenz von Folgen . . . . .	144
5.2.1	Grenzwertbestimmung bei expliziten Folgen . . . . .	147
5.2.2	Grenzwertbestimmung bei impliziten Folgen . . . . .	149
5.2.3	Nachweismöglichkeiten für Konvergenz . . . . .	150
5.2.4	Konvergenz im $\mathbb{R}^n$ . . . . .	152
5.3	Summenfolgen, unendliche Reihen und Potenzreihen . . . . .	154
5.3.1	Summenfolgen . . . . .	154
5.3.2	Unendliche Reihen . . . . .	156
5.3.3	Potenzreihen . . . . .	157
5.3.4	Erzeugende Funktionen . . . . .	159
5.4	Gleichgewichte bei Marktpreisen . . . . .	161
5.5	Finanzmathematische Folgen und Reihen . . . . .	164
5.5.1	Zinseszinsrechnung . . . . .	165
5.5.2	Rentenrechnung . . . . .	166
5.5.3	Annuitätenrechnung . . . . .	167
5.5.4	Barwert und Endwert . . . . .	167
5.5.5	Kapitalwert . . . . .	169
	Zusammenfassung . . . . .	170
<b>6</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>171</b>
	Übersicht . . . . .	171
6.1	Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	172
6.1.1	Definitionsbereiche für Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	172
6.1.2	Lineare und quadratische Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	174
6.1.3	Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	175
6.1.4	Grafische Darstellung . . . . .	176
6.2	Funktionen mehrerer Variablen in der Ökonomie . . . . .	178
6.2.1	Lineare Funktionen mehrerer Variablen in der Ökonomie . . . . .	178

- 6.2.2 Nachfragefunktionen in mehreren Variablen . . . . . 179
- 6.2.3 Produktionsfunktionen in mehreren Variablen . . . . . 182
- 6.2.4 Homogene Funktionen in der Ökonomie . . . . . 184
- 6.3 Ableitungskonzepte für Funktionen mehrerer Variablen . . . . . 186
  - 6.3.1 Die partielle Ableitung . . . . . 186
  - 6.3.2 Das Differential . . . . . 191
  - 6.3.3 Ableitungsregeln für Funktionen mehrerer Variablen . . . . . 195
- 6.4 Ableitungskonzepte auf Grundlage des Differentials . . . . . 197
  - 6.4.1 Richtungsableitung . . . . . 198
  - 6.4.2 Elastizitäten . . . . . 203
  - 6.4.3 Implizite Ableitungen und ihre Anwendungen . . . . . 204
- 6.5 Ableitungen zweiter Ordnung für Funktionen mehrerer Variablen . . . . . 212
  - 6.5.1 Die Hesse-Matrix . . . . . 213
  - 6.5.2 Krümmung impliziter Funktionen . . . . . 216
  - 6.5.3 Konvexe Funktionen . . . . . 217
- 6.6 Integrale für Funktionen mehrerer Variablen . . . . . 224
  - 6.6.1 Volumenintegrale . . . . . 224
  - 6.6.2 Integrationsregeln . . . . . 226
- Zusammenfassung . . . . . 230

**7 Optimierungsaufgaben 231**

- Übersicht . . . . . 231
- 7.1 Optimierungsaufgaben ohne Nebenbedingungen . . . . . 231
  - 7.1.1 Bestimmung kritischer Punkte . . . . . 232
  - 7.1.2 Hinreichende Bedingungen für lokale Extrema . . . . . 235
  - 7.1.3 Optimierung konvexer Funktionen . . . . . 237
  - 7.1.4 Numerische Optimierung mit dem Gradientenabstiegsverfahren . . . . . 240
  - 7.1.5 Numerische Optimierung mit dem Newton-Verfahren . . . . . 241
- 7.2 Optimierung unter Nebenbedingungen . . . . . 243
  - 7.2.1 Optimierung bei einer Nebenbedingung in Gleichungsform . . . . . 245
  - 7.2.2 Optimierung bei  $m$  Gleichungs-Nebenbedingungen . . . . . 251
  - 7.2.3 Optimierung unter einer Ungleichungsrestriktion . . . . . 253
  - 7.2.4 Optimierung unter  $k$  Ungleichungsbedingungen . . . . . 255
- 7.3 Hinreichende Bedingungen für Extrema . . . . . 260
  - 7.3.1 Hinreichende Bedingungen für lokale Extrema unter Nebenbedingungen . . . . . 261
  - 7.3.2 Nachweis der Optimalität durch Randwertvergleich . . . . . 264
  - 7.3.3 Optimierung konvexer Funktionen unter Nebenbedingungen . . . . . 270
- 7.4 Komparative Statik . . . . . 274
  - 7.4.1 Ein Verbrauchsproblem . . . . . 275
  - 7.4.2 Das Envelope-Theorem . . . . . 277
  - 7.4.3 Ein Kostenproblem . . . . . 280
  - 7.4.4 Das Theorem impliziter Funktionen . . . . . 282
- Zusammenfassung . . . . . 284

**Übungsklausuren 285**

- Klausur 1 . . . . . 285
- Klausur 2 . . . . . 287

# Inhalt

Klausur 3 . . . . .	289
<b>Kontrollergebnisse zu den Übungsaufgaben</b>	<b>291</b>
<b>Kontrollergebnisse zu den Übungsklausuren</b>	<b>303</b>
<b>Abbildungen</b>	<b>305</b>
<b>Tabellen</b>	<b>307</b>
<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>309</b>
<b>Das griechische Alphabet</b>	<b>311</b>
<b>Literatur</b>	<b>313</b>
<b>Index</b>	<b>315</b>