

Inhaltsverzeichnis

1	Arithmetik	1
1.1	Mengen	1
1.2	Aussageformen und logische Zeichen	5
1.3	Einteilung der Zahlen	9
1.4	Grundrechenarten	12
1.5	Grundlegende Rechenregeln	13
1.5.1	Buchstabenrechnen	13
1.5.2	Kehrwert, Quersumme	13
1.5.3	Teilbarkeitsregeln	13
1.5.4	Punktrechnung vor Strichrechnung	14
1.5.5	Potenzrechnung vor Punktrechnung	14
1.5.6	Grundgesetze der Addition und Multiplikation	15
1.5.7	Grundregeln der Klammerrechnung	16
1.5.8	Multiplikation mit Klammern	17
1.5.9	Indizes, Summenzeichen, Produktzeichen	18
1.5.10	Binomische Formeln	20
1.5.11	Division mit Klammern	20
1.6	Bruchrechnung	21
1.6.1	Definitionen	21
1.6.2	Erweitern und Kürzen	22
1.6.3	Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche	23
1.6.4	Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche	23
1.6.5	Multiplizieren von Brüchen	25
1.6.6	Dividieren von Brüchen	26
1.7	Potenz- und Wurzelrechnung	27
1.7.1	Definition der Potenz	27
1.7.2	Regeln der Potenzrechnung	28
1.7.3	Definition der Wurzel	32
1.7.4	Regeln der Wurzelrechnung	33

1.8	Dezimalzahlen und Dualzahlen	39
1.8.1	Dezimalsystem	39
1.8.2	Dualsystem	40
1.8.3	Runden	41
1.9	Logarithmen	42
1.9.1	Definition des Logarithmus	42
1.9.2	Spezielle Basen	43
1.9.3	Regeln der Logarithmenrechnung	44
1.9.4	Zusammenhang von Logarithmen mit verschiedenen Basen	46
1.9.5	Dekadische Logarithmen	47
1.10	Mittelwerte	48
1.10.1	Arithmetisches Mittel	48
1.10.2	Geometrisches Mittel	48
1.10.3	Harmonisches Mittel	49
1.10.4	Quadratisches Mittel	49
1.11	Ungleichungen	50
1.11.1	Definitionen und Rechenregeln	50
1.11.2	Absolutbetrag	52
1.11.3	Intervalle	53
1.12	Komplexe Zahlen	55
1.12.1	Algebraische Form	55
1.12.2	Trigonometrische Form	57
1.12.3	Addieren und Subtrahieren komplexer Zahlen	58
1.12.4	Multiplizieren komplexer Zahlen	59
1.12.5	Dividieren komplexer Zahlen	61
1.12.6	Potenzieren komplexer Zahlen	63
1.12.7	Radizieren komplexer Zahlen	64
1.12.8	Eulersche Formel	67
1.13	Beweisprinzipien	68
1.13.1	Direkter Beweis	68
1.13.2	Beweis durch Kontraposition	68
1.13.3	Widerspruchsbeweis (indirekter Beweis)	69
1.13.4	Beweis mit vollständiger Induktion	69
2	Gleichungen	73
2.1	Gleichungsarten	73
2.2	Äquivalente Umformungen	76
2.3	Lineare Gleichungen	78
2.4	Proportionen	79

2.5	Quadratische Gleichungen	82
2.5.1	Definitionen	82
2.5.2	Lösungsverfahren	82
2.5.3	Satz von Viëta für quadratische Gleichungen	88
2.6	Algebraische Gleichungen höheren Grades	89
2.6.1	Kubische Gleichungen	89
2.6.2	Polynomdivision	92
2.6.3	Gleichungen vierten Grades	94
2.6.4	Gleichungen n -ten Grades	98
2.6.5	Satz von Viëta für Gleichungen n -ten Grades	99
2.7	Auf algebraische Gleichungen zurückföhrbare Gleichungen	101
2.7.1	Bruchgleichungen	101
2.7.2	Wurzelgleichungen	103
2.8	Transzendente Gleichungen	105
2.8.1	Exponentialgleichungen	105
2.8.2	Logarithmische Gleichungen	107
2.8.3	Trigonometrische Gleichungen	108
2.9	Lineare Gleichungssysteme	109
2.9.1	Definitionen	109
2.9.2	Zwei lineare Gleichungen mit zwei Variablen	109
2.9.3	Drei lineare Gleichungen mit drei Variablen	114
2.9.4	Matrizen und Determinanten	115
2.10	Lineare Ungleichungen	128
2.10.1	Definitionen	128
2.10.2	Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	129
2.10.3	Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	130
2.10.4	Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen	132
3	Planimetrie	135
3.1	Geraden und Strecken	135
3.2	Winkel	136
3.3	Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal	140
3.4	Projektion	143
3.5	Geometrische Örter	144
3.6	Dreiecke	145
3.6.1	Allgemeine Dreiecke	145
3.6.2	Gleichschenklige Dreiecke	147
3.6.3	Gleichseitige Dreiecke	148
3.6.4	Rechtwinklige Dreiecke	148
3.6.5	Besondere Geraden, Strecken und Kreise	149
3.6.6	Flächensätze im rechtwinkligen Dreieck	153
3.6.7	Kongruenz von Dreiecken	155
3.6.8	Grundkonstruktionen des Dreiecks	157

3.7	Vierecke	160
3.7.1	Allgemeine Vierecke	160
3.7.2	Trapeze	162
3.7.3	Parallelogramme	163
3.7.4	Rhomben	164
3.7.5	Rechtecke	164
3.7.6	Quadrate	165
3.7.7	Drachen	166
3.7.8	Sehnenvierecke	166
3.7.9	Tangentenvierecke	168
3.8	Reguläre n -Ecke	168
3.9	Polygone	171
3.10	Kreise	172
3.10.1	Definitionen	172
3.10.2	Kreissectoren	174
3.10.3	Kreissegmente	175
3.10.4	Kreise und Geraden	176
3.10.5	Winkelsätze am Kreis	176
3.10.6	Eigenschaften von Sekanten und Sehnen	177
3.10.7	Tangentenkonstruktionen	178
3.10.8	Sätze über Sehnen, Sekanten, Tangenten	180
3.10.9	Bogenmaß	182
3.11	Symmetrie	183
3.11.1	Punktsymmetrie	183
3.11.2	Achsensymmetrie	183
3.12	Ähnlichkeit	184
3.12.1	Zentrische Streckung	184
3.12.2	Strahlensätze	184
3.12.3	Ähnliche Figuren	186
3.12.4	Streckenteilungen	188
4	Stereometrie	191
4.1	Prismen	191
4.1.1	Allgemeine Prismen	191
4.1.2	Parallelepipid und Würfel	192
4.2	Zylinder	194
4.2.1	Allgemeine Zylinder	194
4.2.2	Gerade Kreiszyylinder	195
4.2.3	Hohlzyylinder	196
4.3	Pyramiden	197
4.3.1	Allgemeine Pyramiden	197
4.3.2	Gerade quadratische Pyramiden	198

4.4	Kegel	199
4.4.1	Allgemeine Kegel	199
4.4.2	Gerade Kreiskegel	200
4.5	Cavalierisches Prinzip	201
4.6	Pyramidenstümpfe und Kegelsstümpfe	201
4.6.1	Pyramidenstümpfe	201
4.6.2	Kegelsstümpfe	202
4.7	Platonische Körper	204
4.8	Kugeln	206
4.8.1	Definitionen	206
4.8.2	Kugelsegmente	207
4.8.3	Kugelsektoren	208
4.8.4	Kugelschichten	209
5	Funktionen	211
5.1	Definition und Darstellungen von Funktionen	211
5.1.1	Definitionen	211
5.1.2	Funktionsgleichung	212
5.1.3	Graph einer Funktion	214
5.1.4	Wertetabelle einer Funktion	214
5.2	Verhalten von Funktionen	215
5.2.1	Monotone Funktionen	215
5.2.2	Symmetrische Funktionen	217
5.2.3	Beschränkte Funktionen	219
5.2.4	Injektive Funktionen	219
5.2.5	Surjektive Funktionen	220
5.2.6	Bijektive Funktionen	221
5.2.7	Periodische Funktionen	221
5.2.8	Umkehrfunktionen	222
5.2.9	Reelle und komplexe Funktionen	222
5.3	Einteilung der elementaren Funktionen	224
5.4	Ganze rationale Funktionen	228
5.4.1	Konstante Funktionen	228
5.4.2	Lineare Funktionen	229
5.4.3	Quadratische Funktionen	233
5.4.4	Kubische Funktionen	240
5.4.5	Ganze rationale Funktionen n -ten Grades	242
5.4.6	Horner-Schema	245
5.5	Gebrochene rationale Funktionen	246
5.5.1	Nullstellen, Pole, Asymptoten	246
5.5.2	Partialbruchzerlegung	253
5.6	Irrationale Funktionen	257

5.7	Transzendente Funktionen	260
5.7.1	Exponentialfunktionen	260
5.7.2	Logarithmusfunktionen	262
6	Trigonometrie	265
6.1	Definition der trigonometrischen Funktionen	265
6.2	Trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel	268
6.3	Beziehungen für den gleichen Winkel	270
6.4	Graphen der trigonometrischen Funktionen	271
6.5	Reduktionsformeln	274
6.6	Additionstheoreme	274
6.7	Sinussatz und Kosinussatz	278
6.8	Grundaufgaben der Dreiecksberechnung	279
6.9	Arkusfunktionen	283
7	Analytische Geometrie	289
7.1	Koordinatensysteme	289
7.1.1	Kartesisches Koordinatensystem der Ebene	290
7.1.2	Polarkoordinatensystem der Ebene	291
7.1.3	Zusammenhang zwischen kartesischen und Polarkoordinaten	291
7.1.4	Kartesisches Koordinatensystem des Raums	294
7.1.5	Kugelkoordinatensystem des Raums	295
7.1.6	Zylinderkoordinatensystem des Raums	296
7.2	Geraden	297
7.2.1	Geradengleichungen	297
7.2.2	Abstände	303
7.3	Kreise	305
7.3.1	Kreisgleichungen	305
7.3.2	Berechnung von Kreisen	308
7.3.3	Kreis und Gerade	309
7.4	Kugeln	315
7.5	Kegelschnitte	316
7.5.1	Ellipsen	319
7.5.2	Hyperbeln	323
7.5.3	Parabeln	329
7.5.4	Anwendungen	334
7.6	Graphisches Lösen von Gleichungen	340
7.7	Vektoren	345
7.7.1	Definitionen	345
7.7.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	346
7.7.3	Addition und Subtraktion zweier Vektoren	347
7.7.4	Komponentendarstellung von Vektoren in der Ebene	348
7.7.5	Komponentendarstellung von Vektoren im Raum	350

7.7.6	Skalarprodukt	351
7.7.7	Vektorprodukt	353
7.7.8	Spatprodukt	355
8	Differential- und Integralrechnung	357
8.1	Folgen	357
8.1.1	Grundbegriffe	357
8.1.2	Arithmetische Folgen	359
8.1.3	Geometrische Folgen	360
8.1.4	Grenzwert einer Folge	360
8.1.5	Tabelle einiger Grenzwerte	362
8.1.6	Divergente Folgen	362
8.2	Reihen	364
8.2.1	Definitionen	364
8.2.2	Arithmetische Reihen	367
8.2.3	Geometrische Reihen	368
8.2.4	Harmonische Reihen	369
8.2.5	Alternierende Reihen	370
8.3	Grenzwerte von Funktionen	371
8.3.1	Grenzwert an einer endlichen Stelle	371
8.3.2	Einseitige Grenzwerte	373
8.3.3	Grenzwert im Unendlichen	374
8.3.4	Rechenregeln für Grenzwerte	375
8.3.5	Unbestimmte Ausdrücke	375
8.3.6	Stetigkeit einer Funktion	377
8.3.7	Unstetigkeitsstellen	377
8.4	Ableitung einer Funktion	379
8.4.1	Definitionen	379
8.4.2	Differentiationsregeln	381
8.4.3	Höhere Ableitungen	386
8.4.4	Ableitungen einiger algebraischer Funktionen	387
8.4.5	Ableitungen einiger transzendenter Funktionen	387
8.4.6	Sekanten und Tangenten	392
8.4.7	Extremwerte von Funktionen	393
8.4.8	Krümmungsverhalten von Funktionen	394
8.4.9	Wendepunkte von Funktionen	396
8.4.10	Kurvendiskussion	397
8.4.11	Anwendungsbeispiele	399
8.4.12	Näherungsverfahren zur Nullstellenbestimmung	401
8.5	Integralrechnung	404
8.5.1	Unbestimmtes Integral	404
8.5.2	Integrationsregeln	405

8.5.3	Unbestimmte Integrale einiger algebraischer Funktionen	411
8.5.4	Unbestimmte Integrale einiger transzendenter Funktionen	412
8.5.5	Bestimmtes Integral	413
8.5.6	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	415
8.5.7	Eigenschaften des bestimmten Integrals	416
8.5.8	Einige Anwendungen der Integralrechnung	418
8.6	Funktionenreihen	422
8.6.1	Definitionen	423
8.6.2	Potenzreihen	425
8.6.3	Fourier-Reihen	429
9	Gewöhnliche Differentialgleichungen	439
9.1	Grundbegriffe	439
9.2	Explizite gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung	443
9.3	Lineare gewöhnliche Differentialgleichungen 1. Ordnung	446
10	Kombinatorik	451
10.1	Kombinatorische Grundprinzipien	451
10.2	Fakultäten, Binomialkoeffizienten und Pascalsches Dreieck	453
10.3	Binomischer Lehrsatz	456
10.4	Permutationen und Variationen	457
10.5	Kombinationen	460
10.6	Permutationen mit eingeschränkter Wiederholung	463
10.7	Multinomialsatz	465
10.8	Prinzip der Inklusion und Exklusion	466
11	Wahrscheinlichkeitsrechnung	471
11.1	Zufällige Ereignisse	471
11.2	Absolute und relative Häufigkeit von Ereignissen	474
11.3	Stichproben	475
11.4	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit	482
11.5	Klassische Definition der Wahrscheinlichkeit	485
11.6	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	492
11.7	Zufallsvariablen	496
	Anhang A: Symbole und Bezeichnungen	501
	Anhang B: Mathematische Konstanten	505
	Anhang C: Das griechische Alphabet	507
	Literatur	509
	Stichwortverzeichnis	511