

# Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	21
<b>I. Grundlegung des Begriffes <i>individuelle Begriffs-</i> <i>konzepte</i> – eine Diskussion aus interdisziplinärer Perspektive</b>	<b>33</b>
2. Einleitende Gedanken zu Teil I	35
<b>3. Begriffe und Begriffsbildungsprozesse</b>	<b>39</b>
3.1. Allgemeine Begriffe aus kognitionswissenschaftlicher Perspektive	39
3.2. Mathematische Begriffe und deren Besonderheiten . . . . .	48
3.3. Taxonomie von Begriffen . . . . .	55
3.4. Theorien der Begriffsbildung . . . . .	60
3.4.1. Der klassische Ansatz der eindeutigen Definierbarkeit von Begriffen . . . . .	61
3.4.2. Orientierung an relevanten Merkmalen bei der Bildung von Begriffen . . . . .	67
3.4.3. Einflüsse der ‚Gestalt‘ . . . . .	77
3.5. Zur Notwendigkeit einer differenzierten Betrachtungsweise . .	82
<b>4. Individuelle Repräsentation von Begriffen</b>	<b>87</b>
4.1. Die Rolle von Erfahrungen und Wissen . . . . .	87
4.2. Mentale Repräsentation von Begriffen . . . . .	90
4.3. Tragfähigkeit mentaler Modelle . . . . .	96
<b>5. Zusammenfassung, Restriktionen und Operationalisierung</b>	<b>107</b>
<b>II. Begriffskonzepte über Würfel und Quader – Ma- thematische Grundlagen und empirische Befunde</b>	<b>111</b>
6. Einleitende Gedanken zu Teil II	113
<b>7. Mathematische Grundlagen und Begriffsdefinitionen</b>	<b>117</b>
7.1. Typologie geometrischer Begriffe . . . . .	117

7.2. Gewinnung der Begriffe <i>Würfel</i> und <i>Quader</i> durch Spezifizierung	118
7.3. Der Würfel als regulärer Polyeder . . . . .	120
7.4. ‚Intuitive‘ Definitionen der Begriffe <i>Würfel</i> und <i>Quader</i> . . . . .	123
7.5. Betrachtung relevanter Begriffe der ebenen Geometrie . . . . .	125
<b>8. Entwicklung geometrischen Denkens nach Van Hiele und Van Hiele-Geldorf</b>	<b>129</b>
8.1. Wurzeln der Theorie und Ableitung der Grundideen . . . . .	129
8.2. Betrachtung der einzelnen Denkebenen . . . . .	134
8.3. Lernphasen im Unterrichtsprozess . . . . .	139
8.4. Empirische Nachfolgeuntersuchungen und Ausdifferenzierung der Theorie . . . . .	142
<b>9. Empirische Befunde zum Forschungsgegenstand</b>	<b>161</b>
9.1. Studien über die Begriffe <i>Würfel</i> und <i>Quader</i> . . . . .	161
9.2. Studien über die Begriffe <i>Quadrat</i> und <i>Rechteck</i> . . . . .	167
9.3. Baustrategien und Strukturierungsfähigkeiten . . . . .	172
<b>10. Zusammenfassung und Ableitung der Forschungsfragen</b>	<b>177</b>
<b>III. Methodologische und methodische Betrachtungen</b>	<b>185</b>
<b>11. Einleitende Gedanken zu Teil III</b>	<b>187</b>
<b>12. Forschen im Paradigma der Grounded Theory</b>	<b>191</b>
12.1. Einführung in die Methodologie . . . . .	191
12.2. Erkenntnistheoretische Verortung der Grounded Theory nach Strauss . . . . .	193
12.3. Der Forschungsprozess nach Corbin und Strauss (2015) – Verfahren und Methoden . . . . .	201
<b>13. Konzeption und Durchführung der Untersuchung</b>	<b>209</b>
13.1. Entwicklung des Interviewleitfadens . . . . .	209
13.2. Vorüberlegungen zum Material . . . . .	222
13.3. Möglichkeiten durch Videographie . . . . .	228

13.4. Annäherung an den Forschungsgegenstand über eine explorative Studie . . . . .	229
13.4.1. Theoretische Vorannahmen vor Betreten des Feldes . .	230
13.4.2. Entwicklung konzeptgenerierender Fragen . . . . .	233
13.4.3. Entwicklung methodenüberprüfender Fragen . . . . .	236
13.4.4. Durchführung der explorativen Studie und Sampling .	237
13.4.5. Identifikation erster Konzepte und Anpassung des Erhebungsinstrumente . . . . .	240
13.5. Interviewleitfaden und Material für die Hauptstudie . . . . .	250
13.6. Durchführung der Interviews . . . . .	256
13.7. Darstellung des Samplings . . . . .	259
13.7.1. Theoretisches Sampling – Zur Entwicklung der Theorie	259
13.7.2. Qualitatives Sampling – Zur Anwendung der Theorie .	263
13.7.3. Anonymisierung der Daten . . . . .	264
13.8. Erstellung von Transkripten . . . . .	267
13.9. Nutzung von Datenauswertungssoftware . . . . .	271
<b>14. Ankerpunkte bei der Analyse des Datenmaterials</b>	<b>273</b>
14.1. Überblick zum Forschungsprozess . . . . .	273
14.2. Offenes Kodieren - Identifikation erster Konzepte . . . . .	278
14.2.1. Konzeptgenerierende Fragen an das Datenmaterial . .	278
14.2.2. Auszüge aus den offenen Kodierungen . . . . .	280
14.2.3. Erste Hierarchisierungen in den Konzepten . . . . .	284
14.2.4. Entwicklung eines ersten Kodierschemas . . . . .	286
14.2.5. Schreiben von Fall-Memos . . . . .	290
14.3. Axiales Kodieren – Ergündung von Beziehungen . . . . .	292
14.3.1. Theoriegenerierende Fragen an das Datenmaterial . . .	293
14.3.2. Schreiben von Konzept- und Theorie-Memos . . . . .	295
14.3.3. Kontrastierendes Vergleichen . . . . .	300
14.4. Selektives Kodieren – Identifikation der Kernkategorien und Integration . . . . .	316
14.4.1. Schreiben eines zusammenfassenden Konzept-Memos .	317
14.4.2. Sichten und Sortieren aller Memos . . . . .	320
14.4.3. Schließung der Theorie durch Anwendung auf Daten .	324

<b>IV. Ergebnisse – Entwicklung und Anwendung einer Theorie individueller Begriffskonzepte von 8- bis 12-Jährigen über Würfel und Quader</b>	<b>327</b>
15. Einleitende Gedanken zu Teil IV	329
16. Herleitung und Darlegung der Typologie	333
17. Grad der mathematischen Betrachtungsweise	343
17.1. Grundlegende Aspekte der Kernkategorie . . . . .	343
17.2. Anschauliche Bezüge zur Ganzheit der Figur . . . . .	344
17.2.1. Eigenschaftszuweisungen auf anschaulicher Ebene . . .	345
17.2.2. Repräsentation der Begriffe im Alltag . . . . .	356
17.2.3. Bezüge auf rein intuitiver Ebene . . . . .	359
17.3. Mathematisch-orientierte Bezüge zu den Teilkomponenten der Figur . . . . .	362
17.3.1. Nutzung mathematisch konventioneller Begriffe . . . .	363
17.3.2. Mehrdeutigkeiten in der Nutzung von Begriffen . . . .	370
18. Dimensionalität des Repräsentanten	375
18.1. Verbindungen zum Grad der mathematischen Betrachtungsweise	375
18.2. Repräsentation des räumlich-geometrischen Begriffes als Fläche	378
18.3. Repräsentation des räumlich-geometrischen Begriffes als Körper	385
18.4. Typen von gebauten Repräsentanten . . . . .	390
18.4.1. Typisierung der Quader-Bauwerke . . . . .	390
18.4.2. Typisierung der Würfel-Bauwerke . . . . .	398
19. Ausdifferenzierung der Typologie – Orientierung an Prototypen	403
19.1. Zur Notwendigkeit einer weiteren Ausdifferenzierung . . . . .	403
19.2. Darlegung der ausdifferenzierten Typologie . . . . .	404
19.3. Analyse unter ausgewählten Schwerpunkten . . . . .	416
19.3.1. Strategien beim Bauen von Würfeln und Quadern . .	416
19.3.2. Sprünge in den Begriffskonzepten . . . . .	420
19.3.3. Fehlvorstellungen von 8- bis 12-Jährigen . . . . .	423
19.3.4. Indikatoren für flexible Begriffskonzepte . . . . .	432

<b>20. Zusammenfassende Beantwortung der Forschungsfrage F↓</b>	<b>437</b>
20.1. Zuweisung von Eigenschaften für die Begriffe <i>Würfel</i> und <i>Quader</i> . . . . .	437
20.2. Repräsentation der Begriffe <i>Würfel</i> und <i>Quader</i> . . . . .	438
20.3. Einsichten in Begriffshierarchien . . . . .	440
<b>21. Darlegung von Entwicklungsverläufen individueller Begriffskonzepte</b>	<b>443</b>
21.1. Erläuterungen zur Anwendung der Theorie . . . . .	443
21.2. Weiterentwicklung in den Begriffskonzepten . . . . .	445
21.2.1. Anna (K1' – K1'') . . . . .	445
21.2.2. Fiona (K6' – K6'') . . . . .	448
21.2.3. Jakob (K10' – K10'') . . . . .	451
21.2.4. Emil (K5' – K5'') . . . . .	455
21.3. Sprünge in den Begriffskonzepten . . . . .	458
21.3.1. Christin (K3' – K3'') . . . . .	459
21.3.2. Gregor (K7' – K7'') . . . . .	463
21.3.3. Hanna (K8' – K8'') . . . . .	466
21.4. Stagnation der Begriffskonzepte . . . . .	470
21.4.1. Daniel (K4' – K4'') . . . . .	471
21.4.2. Isabel (K9' – K9'') . . . . .	474
<b>22. Zusammenfassende Beantwortung der Forschungsfrage F→</b>	<b>479</b>
22.1. Begriffskonzepte über Würfel von der 3. bis zur 5. Klasse . . . . .	479
22.2. Begriffskonzepte über Quader von der 3. bis zur 5. Klasse . . . . .	481
22.3. Vorstellungen über Begriffshierarchien von der 3. bis zur 5. Klasse . . . . .	482
<b>23. Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>485</b>
<b>24. (Persönliche) Reflexion und Ausblick</b>	<b>501</b>
Literatur . . . . .	513