

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
I. Darstellung des Forschungsprojekts	4
1 Forschungsfragen, Forschungsziele und Forschungsansatz	4
2 Aufbau der Arbeit	10
II. Theoretischer Bezugsrahmen	13
3 Die Montessori-Pädagogik	13
3.1 Montessorische Grundgedanken	14
3.1.1 Die Personalität des Kindes	14
3.1.2 Das Phänomen der Sensiblen Perioden	15
3.1.3 Polarisierung der Aufmerksamkeit und Normalisierung	16
3.2 Montessorische Bildungspraxis	19
3.2.1 Kosmische Erziehung	19
3.2.2 Die Vorbereitete Umgebung	20
3.2.3 Die Freiarbeit	22
3.2.4 Die Rolle der Lehrkraft	24
3.2.5 Das Montessori-Material	27
4 Die Integralrechnung	34
4.1 Historische Entwicklung und fachliche Klärung der Integralrechnung	34
4.1.1 Historische Entwicklung	35
4.1.2 Fachliche Klärung	39
4.2 Schulmathematische Behandlung der Integralrechnung	45
4.2.1 Historische Entwicklung curricularer Richtlinien zur Integralrechnung	45
4.2.2 Propädeutik der Integralrechnung in der Sekundarstufe I	47
4.2.3 Integralrechnung in der Sekundarstufe II	49
4.3 Grundvorstellungen zum Integralbegriff	50
4.3.1 Grundvorstellungen zu mathematischen Begriffen	50
4.3.1.1 Normative und Individuelle Grundvorstellungen	53
4.3.1.2 Primäre und Sekundäre Grundvorstellungen	55
4.3.1.3 Globale und Partielle Grundvorstellungen	56

4.3.2	Normative Grundvorstellungen zum Integralbegriff	57
4.3.2.1	Das Modell von Greefrath et al. (2016)	57
4.3.2.2	Diskussion des Modells von Greefrath et al. (2016)	65
4.3.2.3	Elaboration des Modells von Greefrath et al. (2016)	70
4.3.3	Individuelle Grundvorstellungen von Lernenden zum Integralbegriff	76
4.3.3.1	Erkenntnisse bezüglich der Flächeninhaltsgrundvorstellung	78
4.3.3.2	Erkenntnisse bezüglich der (Re-)Konstruktionsgrundvorstellung	85
4.3.3.3	Erkenntnisse bezüglich der Kumulationsgrundvorstellung	87
4.3.3.4	Erkenntnisse bezüglich der Mittelwertsgrundvorstellung	89
4.3.3.5	Erkenntnisse bezüglich der Stammfunktionsgrundvorstellung	90
4.3.3.6	Zusammenfassung typischer Lernphänomene	91
5	Implikationen für das Forschungsprojekt	93
5.1	Formulierung von normativen Leitsätzen	93
5.2	Formulierung von Design-Prinzipien	95

III. Entwicklung montessorischer Lernmaterialien

zur Integralrechnung.....99

6	Montessori-Material zur Integralrechnung für die Primarstufe	100
6.1	Die Gelben Flächen	101
6.1.1	Beschreibung des Lernmaterials	101
6.1.2	Beschreibung der Materialarbeit	103
6.1.3	Potenziale und Grenzen des Lernmaterials	106
6.2	Die Metallenen Einsatzrahmen	107
6.2.1	Beschreibung des Lernmaterials	107
6.2.2	Verwendung des Lernmaterials	109
6.2.3	Potenziale und Grenzen des Lernmaterials	112
7	Montessori-Material zur Integralrechnung für die Sekundarstufe	114
7.1	Das Rekonstruktionsmaterial	116
7.1.1	Beschreibung des Lernmaterials	116
7.1.2	Verwendung des Lernmaterials	118
7.1.3	Potenziale und Grenzen des Lernmaterials	125
7.2	Die Roten und Blauen Flächen	126
7.2.1	Beschreibung des Lernmaterials	127
7.2.2	Verwendung des Lernmaterials	129

7.2.3 Potenziale und Grenzen des Lernmaterials	137
8 Resümee und Zwischenfazit	140

IV. Empirische Erprobung der entwickelten

Lernmaterialien 145

9 Methodologische Grundlagen der empirischen Untersuchung.....	146
9.1 Das Qualitative Forschungsparadigma.....	147
9.2 Qualitative Schul- und Unterrichtsforschung.....	148
9.3 Gütekriterien für qualitative Forschung	149
10 Methodische Anlage der empirischen Untersuchung.....	151
10.1 Summarische Darstellung der Untersuchung.....	151
10.2 Untersuchungsdesign	152
10.3 Ziele und Untersuchungsfragen	154
10.4 Die Doppelfunktion aus Forschen und Lehren	155
10.5 Datenerhebungsmethoden	156
10.5.1 Teilnehmende Beobachtungen.....	158
10.5.2 Mündliche Befragungen	159
10.5.3 Schriftliche Befragungen	161
11 Beschreibung der Teilstudien	163
11.1 Die Teiluntersuchung in der montessorischen Primarstufe.....	163
11.1.1 Das Pädagogische Experiment zur Erprobung der Gelben Flächen	165
11.1.1.1 Lerninhalte und Kompetenzerwartungen.....	166
11.1.1.2 Datenerhebung	166
11.1.2 Die Erprobung der Metallenen Einsatzrahmen.....	169
11.1.2.1 Lerninhalte und Kompetenzerwartungen.....	170
11.1.2.2 Datenerhebung	170
11.2 Die Teiluntersuchung in der montessorischen Sekundarstufe II.....	172
11.2.1 Die Erprobung des Rekonstruktionsmaterials	174
11.2.1.1 Lerninhalte und Kompetenzerwartungen.....	175
11.2.1.2 Datenerhebung	175
11.2.2 Die Erprobung der Roten und Blauen Flächen.....	180
11.2.2.1 Lerninhalte und Kompetenzerwartungen.....	180
11.2.2.2 Datenerhebung	180

V. Analyse und Auswertung der empirischen Daten.....185

12	Methodisches Vorgehen.....	186
12.1	Datenaufbereitung.....	186
12.2	Auswahl der Fokusprobandinnen und -probanden.....	187
12.3	Datenanalyse und -auswertung.....	188
13	Fallanalysen zur Teilstudie in der montessorischen Primarstufe.....	192
13.1	Charakterisierung der Fokusprobandinnen und -probanden.....	192
13.1.1	Aurelie.....	192
13.1.2	Bianca.....	193
13.1.3	Christoph.....	193
13.2	Fallanalysen zur Erprobung der Gelben Flächen.....	194
13.2.1	Fallbeispiel Aurelie.....	194
13.2.1.1	Individuelle Materialarbeit von Aurelie.....	194
13.2.1.2	Individuelle Lernergebnisse von Aurelie.....	196
13.2.1.3	Individuelle Rückmeldungen von Aurelie.....	196
13.2.1.4	Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	196
13.2.2	Fallbeispiel Bianca.....	197
13.2.2.1	Individuelle Materialarbeit von Bianca.....	197
13.2.2.2	Individuelle Lernergebnisse von Bianca.....	200
13.2.2.3	Individuelle Rückmeldungen von Bianca.....	203
13.2.2.4	Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	203
13.2.3	Fallbeispiel Christoph.....	204
13.2.3.1	Individuelle Materialarbeit von Christoph.....	204
13.2.3.2	Individuelle Lernergebnisse von Christoph.....	207
13.2.3.3	Individuelle Rückmeldungen von Christoph.....	209
13.2.3.4	Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	209
13.3	Fallanalysen zur Erprobung der Metallenen Einsatzrahmen.....	210
13.3.1	Fallbeispiel Aurelie.....	210
13.3.1.1	Individuelle Materialarbeit von Aurelie.....	210
13.3.1.2	Individuelle Lernergebnisse von Aurelie.....	213
13.3.1.3	Individuelle Rückmeldungen von Aurelie.....	215
13.3.1.4	Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	215
13.3.2	Fallbeispiel Bianca.....	216
13.3.2.1	Individuelle Materialarbeit von Bianca.....	216

13.3.2.2 Individuelle Lernergebnisse von Bianca.....	218
13.3.2.3 Individuelle Rückmeldungen von Bianca.....	221
13.3.2.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	222
13.3.3 Fallbeispiel Christoph.....	223
13.3.3.1 Individuelle Materialarbeit von Christoph.....	223
13.3.3.2 Individuelle Lernergebnisse von Christoph.....	224
13.3.3.3 Individuelle Rückmeldungen von Christoph.....	227
13.3.3.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	227
14 Fallanalysen zur Teilstudie in der montessorischen Sekundarstufe II.....	228
14.1 Charakterisierung der Fokusprobandinnen und -probanden.....	228
14.1.1 Daria.....	228
14.1.2 Eric.....	229
14.1.3 Faith.....	229
14.2 Fallanalysen zur Erprobung des Rekonstruktionsmaterials.....	230
14.2.1 Fallbeispiel Daria.....	230
14.2.1.1 Individuelle Materialarbeit von Daria.....	230
14.2.1.2 Individuelle Lernergebnisse von Daria.....	234
14.2.1.3 Individuelle Rückmeldungen von Daria.....	238
14.2.1.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	239
14.2.2 Fallbeispiel Eric.....	240
14.2.2.1 Individuelle Materialarbeit von Eric.....	240
14.2.2.2 Individuelle Lernergebnisse von Eric.....	244
14.2.2.3 Individuelle Rückmeldungen von Eric.....	247
14.2.2.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	248
14.2.3 Fallbeispiel Faith.....	249
14.2.3.1 Individuelle Materialarbeit von Faith.....	249
14.2.3.2 Individuelle Lernergebnisse von Faith.....	253
14.2.3.3 Individuelle Rückmeldungen von Faith.....	257
14.2.3.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels.....	258
14.3 Fallanalysen zur Erprobung der Roten und Blauen Flächen.....	259
14.3.1 Fallbeispiel Daria.....	259
14.3.1.1 Individuelle Materialarbeit von Daria.....	259
14.3.1.2 Individuelle Lernergebnisse von Daria.....	262
14.3.1.3 Individuelle Rückmeldungen von Daria.....	265

14.3.1.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels	266
14.3.2 Fallbeispiel Eric.....	267
14.3.2.1 Individuelle Materialarbeit von Eric	267
14.3.2.2 Individuelle Lernergebnisse von Eric	270
14.3.2.3 Individuelle Rückmeldungen von Eric.....	274
14.3.2.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels	275
14.3.3 Fallbeispiel Faith.....	275
14.3.3.1 Individuelle Materialarbeit von Faith.....	275
14.3.3.2 Individuelle Lernergebnisse von Faith.....	278
14.3.3.3 Individuelle Rückmeldungen von Faith	281
14.3.3.4 Zusammenfassung des Fallbeispiels	282
15 Fallübergreifende Analysen zu den Pädagogischen Experimenten	284
15.1 Materialspezifische Auswertung	284
15.1.1 Die Gelben Flächen	285
15.1.2 Die Metallenen Einsatzrahmen	285
15.1.3 Das Rekonstruktionsmaterial	286
15.1.4 Die Roten und Blauen Flächen.....	287
15.2 Lernerorientierte Analyse	289
15.2.1 Materialarbeit der Untersuchungsteilnehmenden.....	289
15.2.2 Lernergebnisse der Untersuchungsteilnehmenden.....	291
15.2.3 Rückmeldungen der Untersuchungsteilnehmenden	293

VI. Ergebnisse und Implikationen

der empirischen Untersuchung296

16 Ergebnisse der empirischen Untersuchung	296
16.1 Identifikation von Stärken und Schwächen der entwickelten montessorischen Lernmaterialien zur Integralrechnung	297
16.1.1 Evaluation der Gelben Flächen	297
16.1.2 Evaluation der Metallenen Einsatzrahmen.....	298
16.1.3 Evaluation des Rekonstruktionsmaterials	298
16.1.4 Evaluation der Roten und Blauen Flächen.....	299
16.1.5 Evaluation des Materialkanons	299
16.2 Identifikation von Möglichkeiten und Grenzen der montessorischen Materialarbeit im Bereich der Integralrechnung.....	300

16.2.1 Kognitiver Lernbereich.....	300
16.2.2 Psychomotorischer Lernbereich	301
16.2.3 Sozialer Lernbereich	302
16.2.4 Affektiver Lernbereich	303
16.2.5 Zusammenfassende Thesen	304
16.3 Forschungsmethodische Reflexion der empirischen Ergebnisse	305
17 Implikationen der empirischen Untersuchung.....	310
17.1 Weiterentwicklung des montessorischen Materialkanons	
zur Integralrechnung	310
17.1.1 Die Gelben Flächen	311
17.1.2 Die Metallenen Einsatzrahmen.....	311
17.1.3 Das Rekonstruktionsmaterial.....	312
17.1.4 Die Roten und Blauen Flächen	314
17.1.5 Das Schachbrett zum Ableiten und Integrieren	315
17.2 Pädagogisch-didaktische Impulse für einen	
vorstellungs-orientierten Mathematikunterricht zur Integralrechnung	
an Montessori- und Regelschulen	318
 VII. Resultate des Forschungsprojekts	 322
18 Zusammenfassung der Forschungsprodukte.....	322
19 Reflexion der Forschungsprodukte und Forschungsdesiderata	323
 Schlussbetrachtung	 326
 Literaturverzeichnis.....	 328
 Eigene Publikationen	 341
 Eidesstattliche Erklärung.....	 342