
Inhaltsverzeichnis

1	Matrizenrechnung	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Matrizen und Vektoren	2
1.3	Matrizenalgebra	3
1.3.1	Addition und Subtraktion	3
1.3.2	Multiplikation	3
1.3.3	Matrizeninversion	7
1.4	Lineare Gleichungssysteme	8
1.4.1	Inhomogene und homogene Gleichungssysteme	8
1.4.2	Existenz von Lösungen	9
1.4.3	Lösungsverfahren	10
1.4.4	Normen und Konditionszahl	17
1.5	Eigenwertprobleme	18
1.5.1	Allgemeines Eigenwertproblem	18
1.5.2	Numerische Lösungsverfahren für Eigenwertprobleme	24
1.6	Nichtlineare Gleichungssysteme	36
1.6.1	Einführung	36
1.6.2	Sekantenverfahren	38
1.6.3	Newton-Raphson-Verfahren	40
1.6.4	Quasi-Newton-Verfahren	47
1.6.5	Kurvenverfolgungsverfahren	47
1.6.6	Konvergenzkriterien	48
1.6.7	Steuerungsstrategien	50
	Aufgaben	53
	Lösungen	56
	Literatur	59
2	Die Grundgleichungen der Elastizitätstheorie	61
2.1	Tragwerkstypen und Grundgleichungen	61
2.2	Grundgleichungen von Fachwerkstab und Scheibe	63

2.3	Biegebalken und Platten	72
2.4	Räumliche Tragwerke	82
2.4.1	Allgemeines	82
2.4.2	Balken	83
2.4.3	Kontinuum	86
	Literatur	88
3	Finite-Element-Methode für Stabtragwerke	89
3.1	Überblick	89
3.1.1	Die Finite-Element-Methode als statisches Berechnungsverfahren	89
3.1.2	Knotenpunkte, Freiheitsgrade und Finite Elemente	91
3.1.3	Berechnungsverfahren	91
3.2	Einführungsbeispiel: Ebene Fachwerke	94
3.2.1	Statisches System	94
3.2.2	Elementsteifigkeitsmatrix des Fachwerkstabs	95
3.2.3	Koordinatentransformation	97
3.2.4	Systemsteifigkeitsmatrix	104
3.2.5	Auflagerbedingungen	112
3.2.6	Lösung des Gleichungssystems	114
3.2.7	Auflagerkräfte und Elementspannungen	115
3.2.8	Nachgiebigkeitsmatrix	118
3.3	Elastische Federn	119
3.3.1	Elastische Lagerung von Knotenpunkten	119
3.3.2	Federelemente	122
3.4	Biegebalken	123
3.4.1	Elementsteifigkeitsmatrix des Balkenelements	123
3.4.2	Elementlasten	126
3.4.3	Erweiterung der Elementsteifigkeitsmatrix	132
3.4.4	Koordinatentransformation	135
3.4.5	Gelenke	136
3.5	Zusammengesetzte Stabtragwerke	140
3.6	Räumliche Stabtragwerke	142
3.6.1	Fachwerke	142
3.6.2	Biegebalken	147
3.6.3	Balken mit Wölbkrafttorsion	151
3.7	Modellbildung bei Stabtragwerken	157
3.7.1	Auflager	157
3.7.2	Federn	161
3.7.3	Stabtragwerke	164
3.7.4	Symmetrische Systeme	177

3.8	Qualitätssicherung und Dokumentation von Stabwerksberechnungen	181
3.8.1	Fehlerquellen bei Stabtragwerksberechnungen	181
3.8.2	Kontrollen von Stabtragwerksberechnungen	186
3.8.3	Dokumentation von Finite-Element-Berechnungen	190
	Aufgaben	191
	Lösungen	197
	Literatur	201
4	Finite-Element-Methode für Flächentragwerke	205
4.1	Historische Entwicklung	206
4.2	Einführung	207
4.3	Näherungscharakter der Finite-Element-Methode	209
4.3.1	Eindimensionales Erläuterungsbeispiel	209
4.3.2	Analytische Lösung	210
4.3.3	FEM-Näherungslösung mit linearem Verschiebungsansatz. ...	213
4.3.4	FEM-Näherungslösung mit quadratischem Verschiebungsansatz	220
4.3.5	Eigenschaften der FEM-Näherungslösung	230
4.4	Rechteckelement für Scheiben	232
4.4.1	Ansatzfunktionen	232
4.4.2	Verzerrungen und Spannungen	235
4.4.3	Steifigkeitsmatrix	237
4.4.4	Elementlasten	240
4.4.5	Beispiele	244
4.5	Finite Elemente für Scheiben	256
4.5.1	Eigenschaften von Finiten Elementen	256
4.5.2	Elemente mit stetigen Verschiebungsansätzen	262
4.5.3	Nichtkonforme Elemente	276
4.5.4	Hybride Elemente	279
4.5.5	Weitere Elementtypen	288
4.5.6	Elementtypen in Finite-Element-Software für die Tragwerksplanung	288
4.6	Rechteckelement für Platten	292
4.6.1	Elementtyp	292
4.6.2	Ansatzfunktionen	292
4.6.3	Verzerrungsgrößen und Schnittgrößen	294
4.6.4	Steifigkeitsmatrix	296
4.6.5	Elementlasten	298

4.7	Finite Elemente für Platten	300
4.7.1	Schubweiche Plattenelemente mit Verschiebungsansatz	300
4.7.2	Schubstarre Plattenelemente mit Verschiebungsansatz	302
4.7.3	Hybride Plattenelemente	306
4.7.4	Weitere Elementtypen	306
4.7.5	Plattenelemente in Finite-Element-Software für die Tragwerksplanung	307
4.8	Finite Elemente für Schalen.	308
4.8.1	Ebene Schalenelemente aus Scheiben- und Plattenelementen. . .	308
4.8.2	Gekrümmte Schalenelemente als „degenerierte“ Volumenelemente.	310
4.8.3	Rotationssymmetrische Schalenelemente	311
4.8.4	Schalenelemente in Finite-Element-Software für die Tragwerksplanung	314
4.9	Volumenelemente.	316
4.9.1	Isoparametrische Elemente	316
4.9.2	Weitere Elementtypen	318
4.9.3	Rotationssymmetrische Kontinuumsmodelle.	318
4.9.4	Elementtypen in Finite-Element-Software für die Tragwerksplanung	319
4.10	Verbindung von Balken-, Platten- und Schalenelementen mit Kontinuumsselementen	321
4.10.1	Allgemeines	321
4.10.2	Transformation von Elementmatrizen	324
4.10.3	Verbindungen mit Verschiebungsannahme (RDT).	325
4.10.4	Verbindungen mit Spannungsannahme (EST).	331
4.10.5	Ingenieurmodelle	360
4.10.6	Weitere Elementübergänge	360
4.11	Modellbildung von Bauteilen und Bauwerken	362
4.11.1	Tragwerksmodelle	362
4.11.2	Singularitäten von Zustandsgrößen	365
4.11.3	Elementwahl und Netzbildung.	369
4.11.4	Netzgenerierung.	378
4.11.5	Modellbildung bei Scheiben	382
4.11.6	Modellbildung bei Platten	402
4.11.7	Baugrund und Bodenplatten.	469
4.11.8	Modellbildung bei Faltwerken und Schalen	501
4.11.9	Gesamtgebäudemodelle	507
4.11.10	Ergebnisinterpretation	517
4.12	Qualitätssicherung und Dokumentation von Finite-Element- Berechnungen	521
4.12.1	Fehlerquellen und Fehlerarten	521

4.12.2	Fehlerabschätzung und adaptive Netzverfeinerung	521
4.12.3	Kontrollen bei Flächen- und Raumtragwerken	526
4.12.4	Dokumentation einer Finite-Element-Berechnung	530
	Aufgaben.	532
	Lösungen.	537
	Literatur.	540
5	Dynamik der Stab- und Flächentragwerke	555
5.1	Einleitung.	556
5.2	Grundlagen der Dynamik.	556
5.2.1	Kinematik.	556
5.2.2	Massenkräfte	557
5.2.3	Dämpfungskräfte	565
5.3	Bewegungsgleichungen	569
5.4	Freie Schwingungen.	572
5.4.1	Ungedämpfte Schwingungen.	572
5.4.2	Gedämpfte Schwingungen.	581
5.5	Schwingungen infolge harmonischer Erregung.	584
5.6	Schwingungen infolge beliebiger Erregung.	590
5.6.1	Allgemeines	590
5.6.2	Direkte numerische Integration	591
5.6.3	Modalanalyse.	599
5.6.4	Fourier-Transformation	609
5.7	Erdbebenerregung	618
5.7.1	Allgemeines	618
5.7.2	Berechnungsverfahren	619
5.7.3	Zeitverlaufsverfahren	620
5.7.4	Antwortspektrenverfahren	625
5.8	Modellbildung	641
5.8.1	Tragwerksmodell	641
5.8.2	Finite-Element-Modell.	646
5.8.3	Diskretisierung im Zeit- und Frequenzbereich	658
5.8.4	Gebäudemodelle.	665
5.8.5	Boden-Bauwerk-Wechselwirkung	677
5.8.6	Modellbildung und Validierung	697
	Aufgaben.	703
	Lösungen.	706
	Literatur.	710
6	Nichtlineare Finite-Element-Methode.	717
6.1	Einleitung.	718
6.2	Lösungsverfahren nichtlinearer Probleme.	721

6.2.1	Spannungs- und Stabilitätsprobleme	721
6.2.2	Statische Probleme	727
6.2.3	Dynamische Probleme	728
6.3	Geometrisch nichtlineare Finite Elemente	730
6.3.1	Einleitung	730
6.3.2	Fachwerkstab nach Theorie III. Ordnung	730
6.3.3	Fachwerkstab nach Theorie II. Ordnung	736
6.3.4	Biegebalken nach Theorie II. Ordnung	742
6.3.5	Räumliche Balkenelemente	756
6.3.6	Plattenelement nach Theorie II. Ordnung	756
6.3.7	Finite Flächen- und Volumenelemente mit großen Verschiebungen	759
6.4	Nichtlineare Materialgesetze	763
6.4.1	Allgemeines	763
6.4.2	Eindimensionale Materialgesetze für Stahl, Beton und Stahlbeton	765
6.4.3	Mehrdimensionale Materialgesetze nach der Plastizitätstheorie	770
6.4.4	Zweidimensionale Materialgesetze für Stahl und Beton	775
6.4.5	Scheiben- und Plattenelemente mit materieller Nichtlinearität	784
6.4.6	Materialgesetze für Böden	792
6.5	Modellbildung	795
6.5.1	Tragwerksmodell	795
6.5.2	Finite-Element-Modell	808
6.5.3	Lastschritte und Iterationen	813
6.6	Nichtlineare Berechnungen in der Tragwerksplanung	813
6.6.1	Allgemeines	813
6.6.2	Software	814
6.6.3	Tragwerksplanung	815
	Aufgaben	818
	Lösungen	821
	Literatur	823
	Homepage zum Buch	829
	Stichwortverzeichnis	831