

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Algebraische Grundlagen</b>	<b>13</b>
2.1	Mengen . . . . .	14
2.2	Abbildungen . . . . .	19
2.3	Äquivalenzrelationen . . . . .	25
2.4	Gruppen . . . . .	34
	2.4.1 Definition und Beispiele . . . . .	34
	2.4.2 Untergruppen und Normalteiler . . . . .	41
2.5	Ringe und Körper . . . . .	44
	2.5.1 Definitionen und Beispiele . . . . .	44
	2.5.2 Körper der komplexen Zahlen . . . . .	46
2.6	Homomorphismen . . . . .	48
2.7	Vektorräume . . . . .	54
	2.7.1 Definitionen und Beispiele . . . . .	54
	2.7.2 Vektorraum - Homomorphismen . . . . .	62
2.8	Duale Vektorräume . . . . .	65
	2.8.1 Dualitäten . . . . .	65
	2.8.2 Duale Abbildungen . . . . .	70
2.9	Matrizen . . . . .	72
	2.9.1 Homomorphismen und Matrizen . . . . .	72
	2.9.2 Matrizenarithmetik . . . . .	74
2.10	Basistransformationen . . . . .	80
	2.10.1 Basis- und Koordinatentransformationen . . . . .	80
	2.10.2 Transformationsformeln für Homomorphismen . . . . .	82
2.11	Determinanten . . . . .	84
	2.11.1 Definition und Eigenschaften . . . . .	84
	2.11.2 Permutationen . . . . .	86
	2.11.3 Formeln von Leibniz und Laplace . . . . .	87
	2.11.4 Determinante eines Endomorphismus . . . . .	93
2.12	Orientierung von Vektorräumen . . . . .	94
<b>3</b>	<b>Euklidische Geometrie</b>	<b>99</b>
3.1	Bilinearformen . . . . .	100
	3.1.1 Definitionen und Beispiele . . . . .	100
	3.1.2 Isomorphismus $\mathbf{V} \simeq \mathbf{V}^*$ . . . . .	103

3.1.3	Adjungierter Homomorphismus	106
3.2	Euklidische Vektorräume	107
3.2.1	Definitionen und Beispiele	107
3.2.2	Assoziierte Vektoren	110
3.3	Orthogonalität	111
3.3.1	Orthogonale Vektoren	111
3.3.2	Orthogonalität in pseudo-Euklidischen Vektorräumen	115
3.3.3	Kreuzprodukt	119
3.4	Orthogonale Endomorphismen	122
3.4.1	Definition und Eigenschaften	122
3.4.2	Matrixdarstellung orthogonaler Endomorphismen	124
3.4.3	Spezielle orthogonale Endomorphismen	125
3.5	Lorentz-Räume	129
3.5.1	Allgemeine Lorentz-Raum Struktur	129
3.5.2	Lorentz-Transformationen	136
3.6	Affine Räume	140
3.6.1	Definitionen	141
3.6.2	Affine Abbildungen	143
3.6.3	Affine Koordinatensysteme	145
3.6.4	Koordinatendarstellung affiner Abbildungen	147
3.6.5	Affine Unterräume	151
3.6.6	Erlanger Programm	153
3.7	Euklidische Räume	154
3.7.1	Definitionen und Eigenschaften	154
3.7.2	Die Euklidische Gruppe	155
<b>4</b>	<b>Raumzeit</b>	<b>161</b>
4.1	Affine Raumzeit	161
4.2	Galilei-Raumzeit	168
4.3	Lorentz-Raumzeit	176
4.3.1	Lichtkegel	176
4.3.2	Kausalität der Lorentz-Raumzeit	178
4.3.3	Weltlinien und Eigenzeit	180
4.3.4	Simultane Hyperflächen und Ruhräume	184
4.3.5	Kinematik	189
4.3.6	Poincare-Gruppe	197
4.3.7	Dynamik	199
<b>5</b>	<b>Tensoren</b>	<b>207</b>
5.1	Bilineare und Multilineare Abbildungen	207
5.2	Tensorprodukte	212
5.2.1	Tensorprodukt zweier Vektorräume	212
5.2.2	Höhergradige Tensorprodukte	217
5.3	Tensorabbildungen	222
5.3.1	Produkt von Tensoren	222
5.3.2	Assoziierte Tensoren	223

5.3.3	Kontraktion	224
5.3.4	Pull-back und Push-forward	227
5.4	Symmetrische Multilinearformen	232
5.5	Alternierende Multilinearformen	235
5.5.1	Definition und Eigenschaften	235
5.5.2	Äußeres Produkt	237
5.5.3	Dualität und innere Produkte	245
5.5.4	Äußere (Grassmann) Algebra	250
5.6	Hodge-Dualität	252
<b>6</b>	<b>Mannigfaltigkeiten</b>	<b>263</b>
6.1	Topologische Räume	264
6.2	Differenzierbare Funktionen	276
6.3	Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	285
6.4	Quotientenmannigfaltigkeiten	294
6.5	Projektive Räume	300
6.6	Glatte Abbildungen	303
6.7	Untermannigfaltigkeiten	309
6.7.1	Untermannigfaltigkeiten als Nullstellenmengen	312
6.7.2	Parametererzeugte Untermannigfaltigkeiten	316
6.7.3	Allgemeines zu Untermannigfaltigkeiten	319
6.8	Zerlegung der Eins	321
<b>7</b>	<b>Lokalisierungen und Felder</b>	<b>325</b>
7.1	Tangentialräume	325
7.1.1	Geometrische Interpretation von Tangentialräumen	326
7.1.2	Physikalische Interpretation von Tangentialräumen	329
7.1.3	Algebraische Interpretation von Tangentialräumen	330
7.2	Struktur der Tangentialräume	333
7.2.1	Struktur des Tangentialraumes $T_P(\mathcal{M})$	333
7.2.2	Struktur des Kotangentialraumes $T_P^*(\mathcal{M})$	336
7.3	Tangentialbündel	340
7.4	Tangentiale (Differentialiale)	342
7.5	Vektorfelder	349
7.5.1	Richtungsableitung bezüglich eines Vektorfeldes	352
7.5.2	Vektorfelder als Derivationen	354
7.5.3	Kommutator über Vektorfelder	355
7.5.4	Kovariante Vektorfelder	359
7.6	Vektorbündel und Tensorfelder	362
7.7	Pull-back und push-forward	367
<b>8</b>	<b>Differentialformen</b>	<b>375</b>
8.1	Äußere Algebra der Differentialformen	376
8.2	Pull-back zu Differentialformen	378
8.3	Äußere Ableitung	382
8.4	Poincare-Lemma	388

8.5	De Rham-Komplex . . . . .	394
<b>9</b>	<b>Fluss und Lie-Ableitung</b>	<b>405</b>
9.1	Fluss eines Vektorfeldes . . . . .	405
9.2	Derivationen . . . . .	412
9.3	Lie-Ableitung . . . . .	416
9.3.1	Lie-Ableitung für Vektorfelder . . . . .	418
9.3.2	Lie-Ableitung für Tensorfelder . . . . .	421
9.4	Lie-Ableitung zu Differentialformen . . . . .	425
9.5	Integral-Mannigfaltigkeiten . . . . .	429
<b>10</b>	<b>Zusammenhang</b>	<b>437</b>
10.1	Affiner Zusammenhang . . . . .	438
10.2	Kovariante Ableitungen . . . . .	443
10.3	Paralleltransport . . . . .	448
10.4	Holonomie . . . . .	455
10.5	Geodäten . . . . .	457
10.6	Torsion . . . . .	459
10.7	Krümmung . . . . .	468
10.8	Zusammenhänge im Cartan-Kalkül . . . . .	474
<b>11</b>	<b>Riemannsche Geometrie</b>	<b>477</b>
11.1	Mannigfaltigkeiten mit innerem Produkt . . . . .	478
11.2	Induzierte Riemannsche Mannigfaltigkeiten . . . . .	482
11.3	Isometrische Abbildungen . . . . .	486
11.4	Levi-Civita-Zusammenhang . . . . .	493
11.5	LC-Zusammenhang über Differentialformen . . . . .	500
11.6	Induzierte Levi-Civita-Zusammenhänge . . . . .	503
11.7	Krümmung . . . . .	508
11.8	Schnittkrümmungen . . . . .	516
11.9	Hyperflächen im $\mathbb{R}^{m+1}$ . . . . .	523
11.10	Einstein-Räume und Einstein-Tensoren . . . . .	530
11.11	Geodäten . . . . .	532
11.11.1	Exponentialabbildung . . . . .	540
11.11.2	Normalkoordinaten . . . . .	542
11.11.3	Variation von Kurven - Geodäten kürzester Länge . . . . .	545
<b>12</b>	<b>Integrale und Variationen</b>	<b>555</b>
12.1	Orientierung . . . . .	555
12.2	Mannigfaltigkeiten mit Rand . . . . .	567
12.3	Riemann-Integrale . . . . .	571
12.4	Volumenformen . . . . .	578
12.5	Integrale über Differentialformen . . . . .	585
12.6	Integralsatz von Stokes . . . . .	592
12.7	Variationsrechnung . . . . .	597
12.8	Noether-Theorem . . . . .	602

<b>13 Differentialoperatoren</b>	<b>611</b>
13.1 Gradient und Rotation . . . . .	612
13.2 Divergenz . . . . .	616
13.3 Kodifferential . . . . .	619
13.4 Hodge-Laplace-Operator . . . . .	623
13.5 Cartan-Kalkül . . . . .	627
13.6 Integralsätze . . . . .	630
<b>14 Elektro-magnetische Felder</b>	<b>635</b>
14.1 Maxwell-Gleichungen . . . . .	635
14.2 Relativistische Elektrodynamik . . . . .	644
14.3 Energie und Impuls . . . . .	655
<b>15 Gravitation</b>	<b>659</b>
15.1 Newtonsche Gravitationstheorie . . . . .	660
15.2 Äquivalenzprinzip . . . . .	664
15.3 Blätterung der Raumzeit . . . . .	674
15.4 Energie-Impuls-Tensor . . . . .	689
15.5 Einsteinsche Feldgleichungen . . . . .	696
15.6 3+1 Formalismus . . . . .	704
<b>16 Kontinuumsmechanik</b>	<b>711</b>
16.1 Kinematik deformierbarer Körper . . . . .	712
16.1.1 Deformation und Verzerrung . . . . .	717
16.1.2 Bewegung in der Zeit . . . . .	729
16.1.3 Objektivität . . . . .	737
16.2 Kinetik deformierbarer Körper . . . . .	741
16.2.1 Massbilanz . . . . .	741
16.2.2 Master-Bilanz und Cauchy-Theorem . . . . .	743
16.2.3 Impulsbilanzen und Spannungen . . . . .	745
16.2.4 Energiebilanz . . . . .	752
16.3 Konstitutive Gleichungen . . . . .	756
16.3.1 Elastisch deformierbare Körper . . . . .	757
16.3.2 Gase und Flüssigkeiten . . . . .	761
<b>A Nomenklatur</b>	<b>765</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>773</b>
<b>Symbol- und Stichwortverzeichnis</b>	<b>779</b>