

Auf einen Blick

Über den Autor	9
Einleitung	21
Teil I: Neue Phänomene und neue Betrachtungsweisen	31
Kapitel 1: Quantencomputing – hope or hype?	35
Kapitel 2: Unterschiede, die einen Unterschied machen	47
Kapitel 3: Matrizen	61
Kapitel 4: Teleportation – abstrakt und physikalisch	81
Teil II: Neue Spielregeln in der Physik	95
Kapitel 5: Hinter dem Monitor	97
Kapitel 6: Abstieg in die Unterwelt	103
Teil III: Qubits und ihre Operatoren	133
Kapitel 7: Bits – als Vektoren betrachtet	135
Kapitel 8: Qubits – revisited	147
Kapitel 9: Methoden der Fehlerbehandlung	165
Teil IV: Quantenfouriertransformationen und mehr	175
Kapitel 10: Fouriertransformationen	177
Kapitel 11: Anwendungen der Quantenfouriertransformation	203
Teil V: Weitere Anwendungen	219
Kapitel 12: »Feind hört (nicht) mit«	221
Kapitel 13: Wer sucht, der findet (schneller)	245
Kapitel 14: Zur Quantensimulation durch Quanten	251
Teil VI: Top Ten Teil	261
Kapitel 15: Ein Zusammenspiel von Physik, Mathematik, Informatik und Ingenieurwissenschaften in 10 Schritten	263
Anhang	267
Anhang A: Theoreme zur klassischen Zahlentheorie	269
Anhang B: Komplexe Zahlen	283
Anhang C: Stochastik	291
Anhang D: Identische Teilchen	301
Anhang E: Lineare Algebra in a nutshell	307
Anhang F: Wichtige Hermitesche Operatoren in der Quantenmechanik	319
Anhang G: Schrödingergleichung	333
Anhang H: Symbolverzeichnis	339
Abbildungsverzeichnis	341
Stichwortverzeichnis	347

Inhaltsverzeichnis

Über den Autor	9
Einleitung	21
Über dieses Buch	21
Törichte Annahmen über die Leser	21
Vor welchen speziellen Herausforderungen standen wir?	23
Wo liegen die verstandesmäßigen Knackpunkte?	23
Damit stehen wir vor der folgenden Aufgabe	24
Umgang mit der Komplexität	24
Was muten wir zu?	25
Wie dieses Buch aufgebaut ist	26
Eingestreute »two cents«	28
Was wir draußen ließen	28
Konventionen und Symbole in diesem Buch	29
Danksagungen	29
Widmungen	30
TEIL I	
NEUE PHÄNOMENE UND NEUE BETRACHTUNGSWEISEN	31
Kapitel 1	
Quantencomputing – hope or hype?	35
Analogcomputer – Digitalcomputer – Quantencomputer	36
Konzepte des Quantencomputers	37
Verheißungen	38
Höher – schneller – weiter	38
Ein heiliger Gral des Quantencomputing	39
Verheißungen im Überblick	40
Berechenbarkeit und ihre Grenzen	41
Weitere Vereinheitlichungen in der Physik	41
Die Welt als prinzipiell berechenbares Uhrwerk	42
Neue Vorstellungen – neue Formeln – neue Datenstrukturen	42
Kapitel 2	
Unterschiede, die einen Unterschied machen	47
Bits und Qubits	48
Bits	48
Qubits	48
Das geometrische Bild eines Qubit	49
Algebraische Beschreibung eines Qubit	53
Im Herzen des Quantencomputing	55
Ein erster Einstieg – dense coding	55
Operationen mit Vektoren – Ausblick auf Matrizen	59

Kapitel 3

Matrizen **61**

- Zum Einsatz und zur Handhabung von Matrizen..... 61
 - Beispiel: Fertigungskosten und ihre Abhängigkeiten 62
- Zwischenbetrachtung: Klassische Bits und Bitfolgen als Vektoren 64
 - Bits implementiert als spezielle Qubits 64
 - Irritationen beim Übergang zum kartesischen Produkt 65
 - Wenn nicht das kartesische Produkt – was dann?..... 66
 - Welche Hypothek gehen wir mit dem Tensorprodukt gegenüber der Natur ein? 67
 - Bits als Vektoren: ein erstes Resümee 70
- Bellzustände 71
 - Lineare Operationen auf Tensorräumen 71
 - Operationen zur Erzeugung einer Bell-Basis 71
 - Transformationen der Bell-Basis 75
 - Was ist nun das Besondere der Bell-Basis 77
 - Dense coding – revisited 79
- Ausblicke 80

Kapitel 4

Teleportation – abstrakt und physikalisch **81**

- Beam me up, Scotty 82
 - Teleportation für Mathematiker 82
 - Ein erstes Resümee der mathematischen Beschreibung 87
 - Teleportation für Physiker 87
 - Resümee der physikalischen Beschreibung 94

TEIL II

NEUE SPIELREGELN IN DER PHYSIK **95**

Kapitel 5

Hinter dem Monitor **97**

- Die klassische Sichtweise 98
 - Klassische Physik 98
 - Ein Blick hinter den Monitor 99
 - ... und hinter die Physik 99

Kapitel 6

Abstieg in die Unterwelt **103**

- Geänderte Spielregeln 104
 - Skalierungen 104
- »Law without law« 105
 - Berechnungen des Zufalls 106
 - Was läuft in der Mikrophysik »schief« – oder besser: anders 112

Auf welche Weise kommen Elementarereignisse und ihre Wahrscheinlichkeiten zustande?.....	112
Amplituden – Zusammenfassung ihrer funktionalen Prinzipien.....	120
<i>R</i> -Prozesse – Messungen.....	121
Doppelspalt – revisited.....	122
<i>U</i> -Prozesse – ungestörte Dynamik.....	125
Beschreibung der <i>U</i> -Prozesse.....	126
Einige »Gretchenfragen«.....	126
Infinite (?) Regresse.....	126
Management Summary.....	127
Der zu zahlende Preis.....	128
Letzte Notizen zum Messproblem in der Quantenmechanik.....	129
Versuche der Widerspruchsauflösung.....	130

TEIL III
QUBITS UND IHRE OPERATOREN..... 133

Kapitel 7
Bits – als Vektoren betrachtet..... 135

Bits und Qubits.....	136
Vorbereitung des Übergangs von Bits zu Qubits – Bits als Vektoren.....	136
Der Übergang von logischen Operationen zu unitären Operatoren – ternäre Operatoren.....	142
Wo stehen wir nun – und wo wollen wir hin?.....	146

Kapitel 8
Qubits – revisited..... 147

Qubits und ihre Operatoren.....	147
Das einzelne Qubit und seine Blochsphäre.....	148
Unitäre Operatoren auf dem einzelnen Qubit.....	152
Noch mehr unitäre Operatoren.....	157
Universalitätseigenschaften der Qubit-Operationen.....	162
Notizen zu physikalischen Implementierungen.....	163
Quantensysteme mit zwei (ausgezeichneten) Zuständen.....	164

Kapitel 9
Methoden der Fehlerbehandlung..... 165

Das No-Cloning-Theorem.....	166
Bitflip-Codes.....	167
Implementierung des Bitflip-Codes.....	167
Zur Messbarkeit einzelner Bitflips.....	168
Identifikation und Korrektur eines Bitflips an beliebiger Stelle.....	170
Phasenflip-Codes.....	171
Rückführung von Phasenflips auf Bitflips.....	172
Shor-Code.....	173

TEIL IV

QUANTENFOURIERTRANSFORMATIONEN UND MEHR..... 175

Kapitel 10

Fouriertransformationen 177

- Vorüberlegungen zur Fourieranalyse..... 178
 - Periodische Funktionen..... 178
- Zur Fourieranalyse 180
 - Formeln der Fourieranalyse 181
- Auf dem Weg zur diskreten Fouriertransformation 183
 - Ein kurzer Steilkurs in Modulorechnung..... 183
 - Die Relevanz der Ordnung einer Klasse für die Primfaktorzerlegung..... 185
 - Zwischenresümee: Wo stehen wir, wo wollen wir hin? 185
- Eine Herleitung der diskreten Fouriertransformation 186
 - Übergang von einer Zahlenfolge zu einer Treppenfunktion 187
- Die diskrete Fouriertransformation als lineare Abbildung 188
 - Normierung der Transformationsmatrix..... 189
- Die Quantenfouriertransformation 190
 - Zur Power eines N -Qubit-Systems 190
 - Codierung der Basis eines N -Qubit-Systems..... 191
 - Eingaben in die Quantenfouriertransformation 192
 - Zur Aufbereitung der Quantenfouriertransformierten 193
 - Dualbrüche in $e^{2\pi i \frac{k_i}{2^n}}$ 194
 - Abschließende Regruppierung der Quantenfouriertransformierten..... 196
 - Management Summary: Mathematische Aufbereitung der Quantenfouriertransformierten..... 198
- Implementierung der Quantenfouriertransformation 198
 - Gewinnung des Phasenfaktors $e^{(2\pi i)(0j_{n-t+1} \dots j_n)_2}$ 199
 - Schaltbilder für die Quantenfouriertransformation 201

Kapitel 11

Anwendungen der Quantenfouriertransformation 203

- Phasenschätzung..... 204
 - Iterierte U -Operationen..... 204
 - Spezialfall: $\varphi = (0, \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_t)_2$ 205
 - Näherungen..... 207
 - Management Summary: Phasenabschätzung von $e^{2\pi i \varphi}$ 210
- Folgerungen der Phasenabschätzung: Wege zum Bestimmen der »Ordnung« einer Zahl 211
 - Iterierte Multiplikation mit einem festen $[x]$ 211
 - Parallele Verarbeitung der Eigenvektoren $|\mu_s\rangle$ 213
 - Finale der Berechnung der Ordnung..... 215
 - Management Summary: Berechnung der Ordnung einer Zahl..... 216
- Der Shor-Agorithmus..... 217
 - Konsequenzen für die Kryptologie..... 218

TEIL V

WEITERE ANWENDUNGEN 219

Kapitel 12

»Feind hört (nicht) mit« 221

- Zum Einstein-Podolski-Rosen-Paradoxon 221
 - Bellzustand zweier Teilchen mit Spin 221
 - Hidden variables 222
 - »second two cents« 222
- Die bellsche Ungleichung 223
 - Berechnung der Erwartungswerte 224
- Unvereinbarkeit der bellschen Ungleichung mit der Quantenmechanik 226
 - Rollentausch: Teilchen im Bellzustand als Münzen 226
 - Die Rechnungen im Einzelnen 228
 - Relevanz der bellschen Ungleichung für Verschlüsselungsverfahren 231
- (K)ein »Knacken in der Leitung« 232
 - Symmetrische und asymmetrische Verfahren 233
 - Die Funktionsweise symmetrischer Verschlüsselungsverfahren 233
 - Das BB84-Protokoll 234
 - Zusammenfassung des BB84-Protokolls 239
 - E91-Protokoll 240
- Kombination mit klassischen Verschlüsselungsverfahren 242

Kapitel 13

Wer sucht, der findet (schneller) 245

- Die Suche im Heuhaufen 245
 - Benutzung eines Quantenschaltkreises 245
- Idee des Grover-Algorithmus 246
 - Analyse der Grover-Iterationen 246

Kapitel 14

Zur Quantensimulation durch Quanten 251

- Bemerkungen zu analogen Verfahren 252
 - Gradientenstrategien 252
- Adiabatisches Quantencomputing 254
 - Zum adiabatischen Theorem der Quantenmechanik 255

TEIL VI

TOP TEN TEIL 261

Kapitel 15

**Ein Zusammenspiel von Physik, Mathematik, Informatik
und Ingenieurwissenschaften in 10 Schritten 263**

- Und in fernerer Zukunft? – Vision in Rosa 266

ANHANG	267
Anhang A	
Theoreme zur klassischen Zahlentheorie	269
Restklassenringe.....	269
Wohldefiniertheit der Operationen auf den Restklassen.....	270
Der euklidische Algorithmus.....	271
Einheiten in \mathbb{Z}_n	272
Eulersche φ -Funktion.....	272
Return on Invest – das RSA-Verfahren in der Kryptologie.....	273
Asymmetrische Verschlüsselungsverfahren.....	274
Das RSA-Verfahren in der Theorie.....	274
Praktische Bemerkungen zum RSA-Verfahren.....	276
Faktorisierung.....	277
Auffinden eines nichttrivialen Faktors von n	277
Notizen zu Kettenbrüchen.....	278
Kettenbrüche und ihre Konvergenten.....	279
Finale des Auffindens der gesuchten Ordnung r	281
Anhang B	
Komplexe Zahlen	283
Addition und Multiplikation.....	283
Definition der Multiplikation.....	284
Vektoren in der Rolle komplexer Zahlen.....	285
Wichtige Kenngrößen.....	285
Die komplexe e -Funktion.....	286
Komplexe Zahlen in Polarkoordinaten.....	287
Komplexe Zahlen als Matrizen.....	288
Anhang C	
Stochastik	291
Einführung.....	291
Ereignisse und Elementarereignisse.....	291
Wahrscheinlichkeiten.....	293
Wahrscheinlichkeitsräume.....	294
Benutzung mengentheoretischer Operationen.....	294
Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit.....	295
Regeln zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mengentheoretisch verknüpfter Ereignisse.....	295
Wahrscheinlichkeitsräume in der Quantenmechanik.....	297
Elementarereignisse in der Mikrowelt.....	297
Resümee.....	298

Anhang D

Identische Teilchen	301
Klassischer Münzwurf.....	301
Analyse des Münzwurfs.....	303
»Münzwurf« mit Mikroteilchen.....	303

Anhang E

Lineare Algebra in a nutshell	307
Vektoren.....	307
Addition.....	307
Skalare Multiplikation.....	309
Skalarprodukt.....	309
Darstellung von Vektoren im dreidimensionalen Raum	310
Abstrakte Vektorräume	311
Charakterisierung eines abstrakten Vektorraums.....	311
Besonderheiten des komplexen Skalarprodukts.....	312
Linearkombinationen, Basen und Dimensionen	312
Normierte Vektoren und Orthonormalbasen.....	313
Hilberträume.....	313
Kartesische und Tensorprodukte.....	314
Tensorprodukte.....	314
Lineare Abbildungen.....	315
Lineare Abbildungen und Matrizen	315
Eigenwerte und Eigenvektoren.....	316
Matrizen und Tensorprodukte.....	316
Skalarprodukte auf Tensorräumen.....	317
Unitäre Operatoren.....	317
Hermitesche Operatoren	317

Anhang F

Wichtige Hermitesche Operatoren in der Quantenmechanik	319
Zur physikalischen Interpretation der Wellenfunktion	321
Repräsentation der Messapparate.....	322
Die Observablen für Ort und Impuls.....	324
Überblick über die Darstellungen des Orts- und Impulsoperators.....	327
Der Hamiltonoperator	330
Eigenwerte und Eigenfunktionen eines freien Teilchens.....	331

Anhang G

Schrödingergleichung	333
Bedeutung von $e^{-\frac{iHt}{\hbar}}$	333
Zur effizienten Berechenbarkeit der Lösungen.....	335
Letzte Spekulationen.....	336

20 Inhaltsverzeichnis

Anhang H	
Symbolverzeichnis.....	339
Abbildungsverzeichnis.....	341
Stichwortverzeichnis.....	347