

INHALT

EINLEITUNG DES HERAUSGEBERS XIII

PHILOSOPHIE DER ARITHMETIK

LOGISCHE UND PSYCHOLOGISCHE UNTERSUCHUNGEN

ERSTER BAND

VORREDE	5
ERSTER TEIL: DIE EIGENTLICHEN BEGRIFFE VON VIELHEIT, EINHEIT UND ANZAHL	
EINLEITUNG	10
I. KAPITEL: <i>Die Entstehung des Begriffes Vielheit vermittels desjenigen der kollektiven Verbindung</i>	14
Die Analyse des Anzahlbegriffes setzt die des Vielheitsbegriffes voraus	14
Die konkreten Grundlagen der Abstraktion	15
Unabhängigkeit der Abstraktion von der Natur der kolligierten Inhalte	16
Die Entstehung des Vielheitsbegriffes durch Reflexion auf die kollektive Verbindung	17
II. KAPITEL: <i>Kritische Entwicklungen</i>	22
Die kollektive Einigung und die Einigung der Teilphänomene im jeweiligen Gesamtbewußtsein	22
Das kollektive Zusammen und das zeitliche Zugleich	24
Kollektion und Sukzession	25
Die kollektive und die räumliche Synthesis	34
A. F. A. Langes Theorie	34
B. Baumanns Theorie	44
Kolligieren, Zählen und Unterscheiden	48
Kritischer Zusatz	60

III. KAPITEL: <i>Die psychologische Natur der kollektiven Verbindung</i>	64
Rückblick	64
Die Kollektion eine besondere Verbindungsart	65
Zur Relationstheorie	66
Psychologische Charakteristik der kollektiven Verbindung	71
IV. KAPITEL: <i>Analyse des Anzahlbegriffes nach Ursprung und Inhalt</i>	77
Vollendung der Analyse des Vielheitsbegriffes	77
Der Begriff Etwas	80
Die Anzahlen und der Gattungsbegriff der Anzahl	81
Verhältnis der Begriffe Anzahl und Vielheit	82
Eins und Etwas	84
Kritischer Zusatz	85
V. KAPITEL: <i>Die Relationen Mehr und Weniger</i>	90
Der psychologische Ursprung dieser Relationen	91
Vergleichung von beliebigen Vielheiten sowie von Zahlen nach Mehr und Weniger	93
Die Sonderung der Zahlenspezies bedingt durch die Erkenntnis von Mehr und Weniger	95
VI. KAPITEL: <i>Die Definition der Gleichzahligkeit durch den Begriff der gegenseitig-eindeutigen Zuordnung</i>	96
Leibniz Definition des allgemeinen Gleichheitsbegriffes	96
Die Definition der Gleichzahligkeit	98
Über spezielle Gleichheitsdefinitionen	100
Anwendung auf die Gleichheit beliebiger Vielheiten	101
Vergleichung von Vielheiten einer Gattung	103
Vergleichung von Vielheiten in Beziehung auf ihre Zahlen	103
Der wahre Sinn der behandelten Gleichheitsdefinition	105
Gegenseitige Zuordnung und kollektive Verbindung	106
Unabhängigkeit der Gleichzahligkeit vom Verknüpfungsmodus	109
VII. KAPITEL: <i>Die Zahlendefinition durch Äquivalenz</i>	111
Aufbau der Äquivalenztheorie	111
Belege	114
Kritik	115
Freges Versuch	118
Kerrys Versuch	123
Schlußbemerkung	125
VIII. KAPITEL: <i>Diskussionen über Einheit und Vielheit</i>	126
Die Definition der Zahl als Vielheit von Einheiten. Eins als abstrakter, positiver Teilinhalt. Eins als bloßes Zeichen	126

Eins und Null als Zahlen	129
Der Begriff der Einheit und der Begriff der Zahl Eins	134
Weitere Unterscheidungen betreffend Eins und Einheit	135
Gleichheit und Verschiedenheit der Einheiten	139
Weitere Mißverständnisse	149
Die Äquivokationen des Namens Einheit	152
Die Willkürlichkeit der Unterscheidung zwischen Einheit und Vielheit. Die Auffassung der Vielheit als einer Vielheit, als einer gezählten Einheit, als eines Ganzen	155
Herbartsche Argumentationen	157
IX. KAPITEL <i>Der Sinn der Zahlenaussage</i>	161
Widerstreit der Ansichten	161
Widerlegung und Entscheidung	162
ANHANG ZUM ERSTEN TEILE: Die nominalistischen Versuche von Helmholtz und Kronecker	170
ZWEITER TEIL: DIE SYMBOLISCHEN ANZAHLBEGRIFFE UND DIE LOGISCHEN QUELLEN DER ANZAHLN-ARITHMETIK	
X. KAPITEL: <i>Die Zahloperationen und die eigentlichen Zahlbegriffe</i>	181
Die Zahlen in der Arithmetik sind keine Abstrakta	181
Die Grundbetätigungen an Zahlen	182
Die Addition	183
Die Teilung	188
Die Arithmetik operiert nicht mit den „eigentlichen“ Zahlbegriffen	190
XI. KAPITEL: <i>Die symbolischen Vielheitsvorstellungen</i>	193
Eigentliche und symbolische Vorstellungen	193
Die sinnlichen Mengen.	195
Versuche zur Erklärung momentaner Mengenauffassungen	196
Symbolisierungen durch Vermittlung des vollen Prozesses der Einzelauffassung	198
Neue Versuche zur Erklärung momentaner Mengenauffassungen	199
Hypothesen	201
Die figuralen Momente	203
Entscheidung	210
Die psychologische Funktion der Fixierung einzelner Mengenglieder	212
Worin liegt die Gewähr für die Vollständigkeit der durchlaufenden Einzelauffassung einer Menge?	214

Auffassung eigentlich vorstellbarer Mengen durch figurale Momente	216
Die elementaren Vielheitsoperationen und -relationen in Übertragung auf symbolisch vorgestellte Vielheiten	217
Unendliche Mengen	218
XII. KAPITEL: <i>Die symbolischen Zahlvorstellungen</i>	222
Die symbolischen Zahlbegriffe und ihre unendliche Mannigfaltigkeit	222
Die systemlosen Zahlsymbolisierungen	224
Die natürliche Zahlenreihe	226
Das Zahlensystem	228
Verhältnis des Zahlensystems zur natürlichen Zahlenreihe . .	233
Die Wahl der Grundzahl des Systems	235
Die Systematik der Zahlbegriffe und die Systematik der Zahlzeichen	237
Das sinnlich-symbolische Zählungsverfahren	239
Erweiterung des Gebietes symbolischer Zahlen durch die sinnliche Symbolisierung	240
Die Unterschiede der sinnlichen Bezeichnungsmittel	243
Die natürliche Entstehung des Zahlensystems	244
Zahlenschätzungen durch figurale Momente	252
XIII. KAPITEL: <i>Die logischen Quellen der Arithmetik</i>	256
Rechnen, Rechenkunst und Arithmetik	256
Die arithmetischen Rechenmethoden und die Zahlbegriffe . .	259
Die systematischen Zahlen als Vertreter der Zahlen an sich . .	260
Die symbolischen Zahlbildungen außerhalb des Systems als arithmetische Probleme	260
Die erste Grundaufgabe der Arithmetik	262
Die elementaren arithmetischen Operationen	262
Die Addition	264
Die Multiplikation	268
Subtraktion und Division	269
Rechenmethoden mit Abakus und in Kolumnen. Die natürliche Entstehung des indischen Ziffernrechnens	272
Einfluß der Bezeichnungsmittel auf die Gestaltung der Rechenmethoden	274
Die höheren Operationen	276
Operationsmischungen.	278
Indirekte Zahlencharakterisierung durch Gleichungen	281
Ergebnis. Die logischen Quellen der allgemeinen Arithmetik .	282
ERGÄNZENDE TEXTE (1890–1901)	
BEILAGE: Zur <i>Philosophie der Arithmetik</i>. Selbstanzeige	287

A. URSPRÜNGLICHE FASSUNG DES TEXTES BIS KAPITEL IV:	
ÜBER DEN BEGRIFF DER ZAHL. PSYCHOLOGISCHE ANALYSEN . . .	289
EINLEITUNG	289
ERSTES KAPITEL: <i>Die Analyse des Begriffes der Anzahl nach Ursprung und Inhalt</i>	296
§ 1. Die Entstehung des Begriffes der Vielheit vermittelt desjenigen der kollektiven Verbindung	296
§ 2. Kritische Entwicklung einiger Theorien	302
§ 3. Feststellung der psychologischen Natur der kollektiven Verbindung	327
§ 4. Analyse des Zahlbegriffs nach Ursprung und Inhalt . . .	334
BEILAGE: Zu <i>Über den Begriff der Zahl</i> . Thesen	339
B. ABHANDLUNGEN	
I. ABHANDLUNG: <i>Zur Logik der Zeichen (Semiotik)</i>	340
II. ABHANDLUNG: <i><Begriff der allgemeinen Arithmetik></i>	374
III. ABHANDLUNG: <i><Die Arithmetik als apriorische Wissenschaft></i>	380
IV. ABHANDLUNG: <i><Zur Lehre vom Inbegriff></i>	385
<I. Die Bestimmung des Inbegriffes>	385
<II. > Vergleichung von Anzahlen	390
<III. Anmerkungen>	393
<1. zu S. 392:> Identität und Gleichheit	393
<2. Zur Definition der Zahl>	394
<IV. > Die Klassifikation der Anzahlen	394
<V. > Anmerkung	399
<VI. > Zur Korrektur	400
<VII. Beilagen>	404
<1. Beilage zu S. 395>	404
<2. Beilage zu S. 402>	404
V. ABHANDLUNG: <i><Zum Begriff der Operation></i>	408
<I. > Arithmetische Zahlbestimmungen	408
<II. > Verknüpfungen (bzw. Operationen).	420
<1. > Einteilung	420
<2. Zum Begriff der Verknüpfung>	422
<III. Beilage>	427
Zum Begriff der Grundoperation	427
VI. ABHANDLUNG: <i><Das Imaginäre in der Mathematik></i>	430
<I. Zu einem Vortrag in der mathematischen Gesellschaft in Göttingen 1901>	430

<1. Einleitung>	430
<2. Theorien über das Imaginäre>	434
<3. Der Durchgang durch das Imaginäre>	440
<II. Beilagen>	444
<1. Beilage: Notizen über einen Vortrag von Hilbert>	444
<2. Beilage: Auszüge Husserls aus einem Briefwechsel zwischen Hilbert und Frege>	447
VII. ABHANDLUNG: <Drei Studien zur Definitheit und Erweiterung eines Axiomensystems>	452
<I. Studie>.	452
<II. Studie>	458
<III. Studie>	463
VIII. ABHANDLUNG: <Das Gebiet eines Axiomensystems Axiomensystem – Operationssystem>	470
<I.> Gebiet, Feststellung, was unter Gebiet eines Axiomensystems verstanden werden soll	470
<II.> Zahlensystem	474
<III. Arithmetisierbarkeit einer Mannigfaltigkeit>	475
<IV. Zum Begriff eines Operationssystems>	479
IX. ABHANDLUNG: Die Frage der Aufklärung des Begriffes der „natürlichen“ Zahlen, als „gegebener“, „individuell bestimmter“	489
X. ABHANDLUNG: <Zur formalen Bestimmung einer Mannigfaltigkeit>	493

TEXTKRITISCHER ANHANG

ZUR TEXTGESTALTUNG DES BANDES	503
TEXTKRITISCHE ANMERKUNGEN ZUM HAUPTTEXT	509
Vorbemerkung.	509
Zur Textgestaltung.	510
Textkritische Anmerkungen	510
TEXTKRITISCHE ANMERKUNGEN ZU DEN ERGÄNZENDEN TEXTEN	520
A. ZUR URSPRÜNGLICHEN FASSUNG DES TEXTES BIS KAPITEL IV	
Vorbemerkung.	520
Zur Textgestaltung.	520
a) Textkritische Anmerkungen zu <i>Über den Begriff der Zahl</i> (Habilitationsschrift)	522
b) Textkritische Anmerkungen zur Beilage <i>Thesen</i>	523

B. ZU DEN ABHANDLUNGEN

1) <i>Zu den Abhandlungen I und II</i>	523
Vorbemerkung.	523
Zur Textgestaltung.	524
a) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung I: <i>Zur Logik der Zeichen (Semiotik)</i>	524
b) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung II: <i>«Begriff der allgemeinen Arithmetik»</i>	530
2) <i>Zu den Abhandlungen III und IV</i>	530
Vorbemerkung.	530
Zur Textgestaltung.	532
a) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung III: <i>«Die Arithmetik als apriorische Wissenschaft»</i>	533
b) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung IV: <i>«Zur Lehre vom Inbegriff»</i>	534
3) <i>Zur Abhandlung V «Zum Begriff der Operation»</i>	538
Vorbemerkung.	538
Zur Textgestaltung.	539
Textkritische Anmerkungen	539
4) <i>Zu den Abhandlungen VI–X.</i>	546
Vorbemerkung.	546
Zur Textgestaltung.	548
a) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung VI: <i>«Das Imaginäre in der Mathematik»</i>	551
α) Zur Beilage 1)	554
β) Zur Beilage 2)	554
b) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung VII: <i>«Drei Studien zur Definitheit und Erweiterung eines Axiomensystems»</i>	557
α) Zu «Studie I»	557
β) Zu «Studie II».	557
γ) Zu «Studie III»	558
c) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung VIII: <i>«Das Gebiet eines Axiomensystems/Axiomensystem – Operationssystem»</i>	559
d) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung IX: <i>Die Frage der Aufklärung des Begriffes der „natürlichen“ Zahlen, als „gegebenen“, „individuell bestimmter“</i>	561
e) Textkritische Anmerkungen zu Abhandlung X: <i>«Zur formalen Bestimmung einer Mannigfaltigkeit».</i>	562
 NACHWEIS DER ORIGINALSEITEN	 563
LITERATURVERZEICHNIS	578
NAMENREGISTER	584