

Inhaltsverzeichnis

1	Kernkonzepte der linearen Optimierung	1
1.1	Einführung	1
1.2	Grundlegende Definitionen	8
1.3	Grafische Lösung	10
1.4	Standardform und grundlegende analytische Konzepte	12
1.5	Normalform und Basen	16
1.5.1	Normalform und kanonische Form	16
1.5.2	Zulässige Basislösung, Basis- und Nichtbasisvariablen	20
1.6	Der Simplex-Algorithmus	23
1.6.1	Simplex-Tableau	24
1.6.2	Pivotelement und Austauschschritt	26
1.6.3	Auswahl- und Stoppregeln	28
1.6.4	Verkürztes Simplex-Tableau	33
1.6.5	Anti-Zyklus-Strategien	35
1.7	Bestimmung einer Startecke für den Simplex-Algorithmus	38
1.7.1	Phase-I-Methode	39
1.7.2	Big-M-Methode	42
1.8	Dualität	43
1.8.1	Motivation und Grundbegriffe	44
1.8.2	Dualitätssätze	46
1.8.3	Algorithmische Lösung des Dualproblems	50
1.9	Der duale Simplex-Algorithmus	53
1.9.1	Auswahl- und Stoppregeln	53
1.9.2	Bestimmung einer Startecke mit dualen Austauschschritten	56
1.10	Zusammenfassung	58
2	Erweiterungen und Anwendungen der linearen Optimierung	61
2.1	Sensitivitätsanalyse	61
2.1.1	Eindeutigkeit optimaler Punkte	61
2.1.2	Störungen der Zielfunktion	63
2.1.3	Störungen der rechten Seite	64

2.1.4	Schattenpreise	66
2.2	Parametrische lineare Optimierung	67
2.2.1	Variation der rechten Seite	67
2.2.2	Variation der Zielfunktion	71
2.3	Multikriterielle lineare Optimierung	77
2.3.1	Lexikographische Optimierung	80
2.3.2	Optimierung bei Zieldominanz	81
2.3.3	Gewichtungsmethode	82
2.3.4	Goal Programming	83
2.3.5	Bestimmung effizienter Punkte	86
2.4	Transportprobleme	93
2.4.1	Bestimmung einer Startecke	94
2.4.2	Optimalitätskriterium	99
2.4.3	Stepping-Stone-Methode	102
2.4.4	Lineare Zuordnungsprobleme	105
2.4.5	Totale Unimodularität	107
2.5	Zwei-Personen-Nullsummenspiele	110
2.5.1	Grundbegriffe	110
2.5.2	Gemischte Strategien und Minmax-Theorem	115
3	Graphentheorie	119
3.1	Grundlagen der Graphentheorie: Begriffe und Definitionen	120
3.2	Kürzeste Wege in Graphen	125
3.2.1	Algorithmen für das Single-Source-Shortest-Path-Problem	126
3.2.2	Algorithmen für das All-Pairs-Shortest-Paths-Problem	130
3.3	Minimale spannende Bäume und 1-Bäume	132
3.3.1	Bestimmung minimaler spannender Bäume	132
3.3.2	Bestimmung minimaler 1-Bäume eines Graphen	134
3.4	Eulersche und Hamiltonsche Graphen	135
3.4.1	Eulersche Graphen und das „Chinese Postman Problem“	135
3.4.2	Hamiltonsche Graphen und das Traveling Salesman Problem	145
3.5	Max-Flow-Min-Cut	146
4	Netzplantechnik	151
4.1	Einführung und grundlegende Definitionen	151
4.2	Strukturplanung	153
4.2.1	Vorgangspfeilnetzpläne	154
4.2.2	Vorgangsknotennetzpläne	156
4.3	Zeitplanung	160
4.3.1	Vorgangspfeilnetzpläne	161
4.3.2	Vorgangsknotennetzpläne	163
4.3.3	Stochastische Zeitplanung	168
4.4	Kapazitätsplanung	170
4.5	Kostenplanung	171

5	Ganzzahlige Optimierung	175
5.1	Einführung und Beispiele	175
5.2	Modellierung mit ganzzahligen Variablen	182
5.2.1	Logische Verknüpfungen	182
5.2.2	Mengenbeziehungen	185
5.2.3	Alternative Nebenbedingungen	187
5.3	Komplexitätstheorie	189
5.3.1	Probleme und Algorithmen	189
5.3.2	Rechenaufwand von Algorithmen	190
5.3.3	Optimierungs- und Entscheidungsprobleme	191
5.3.4	Die Klassen \mathcal{P} , \mathcal{NP} und \mathcal{NP} -vollständig	192
5.4	Verfahren zur Lösung von ganzzahligen Problemen	194
5.4.1	Das Branch-&-Bound-Verfahren	195
5.4.2	Das Schnittebenenverfahren von Gomory	204
5.4.3	Das Branch-&-Cut-Verfahren	210
6	Heuristiken	211
6.1	Konstruktionsheuristiken	212
6.1.1	Zufällige Bestimmung eines zulässigen Punktes	212
6.1.2	Greedy-Verfahren	212
6.1.3	Vorausschauende Verfahren	215
6.2	Verbesserungsheuristiken	216
6.2.1	Lokale Suchverfahren	216
6.2.2	Metaheuristiken	220
6.3	Güte von Heuristiken	224
6.4	Verfahren zur Bestimmung oberer Schranken	227
6.4.1	LP-Relaxierungen	227
6.4.2	Lagrange-Relaxierungen	228
7	Nichtlineare Optimierung	233
7.1	Einführung und Beispiele	233
7.2	Unrestringierte nichtlineare Optimierung	239
7.2.1	Optimalitätsbedingung erster Ordnung	240
7.2.2	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	244
7.2.3	Iterative Verfahren	247
7.2.4	Konvexe Optimierung	253
7.3	Restringierte nichtlineare Optimierung	255
7.3.1	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	255
7.3.2	Konvexe Optimierung	267
7.3.3	Iterative Verfahren	271
8	Stochastische Optimierung	291
8.1	Einführung und Beispiele	291
8.2	Zweistufige stochastische lineare Optimierungsprobleme	296
8.2.1	Wertfunktion und deterministisches Äquivalent	297
8.2.2	Recourse-Matrix	301

8.2.3	Endlicher Zufallsvektor	302
8.2.4	L-shaped Algorithmus	307
8.2.5	Stufen vs. Perioden	319
8.2.6	Metriken	322
8.2.7	Allgemeine Vorgehensweise	333
8.3	Chance Constraints	336
8.3.1	Normalverteilung	337
8.3.2	Endliche Zufallsvariable	340
9	Dynamische Optimierung	347
9.1	Einführung	347
9.2	Deterministische dynamische Optimierung	353
9.2.1	Das Basismodell	353
9.2.2	Das Optimalitätskriterium	355
9.2.3	Die Optimalitätsgleichung	355
9.2.4	Wertiteration	357
9.2.5	Anwendungsbereiche	359
9.3	Stochastische dynamische Optimierung	361
9.3.1	Das Basismodell	361
9.3.2	Das Optimalitätskriterium	363
9.3.3	Die Optimalitätsgleichung	365
9.3.4	Wertiteration	367
9.3.5	Lösung mittels linearer Optimierung	369
9.3.6	Ein Kontrollmodell	369
9.3.7	Optimalität strukturierter Strategien	370
9.4	Verallgemeinerungen	383
10	Wartesysteme	385
10.1	Einführung	385
10.2	Berechnung der Grenzverteilung	389
10.3	Festlegung der Parameter α_i und q_{ij}	391
10.4	Geburts- und Todesprozesse	396
10.5	Wartesysteme, die auf einem Geburts- und Todesprozess basieren	397
10.6	Poisson-Prozesse	401
10.7	Jackson-Netzwerke	403
A	Anhang	409
A.1	In der Bäckerei	409
A.2	Vektoren, innere Produkte und lineare Funktionen	411
A.3	Lineare Gleichungen und lineare Ungleichungen	414
A.4	Matrizen	421
A.5	Niveaumengen und untere Niveaumengen	426
A.6	Gradienten, Jacobi- und Hesse-Matrizen	427
A.7	Eigenwerte	430
A.8	Linearisierung	431
A.9	Konvexität	432

A.10 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	434
Literaturverzeichnis	439
Sachverzeichnis	443