

Inhaltsübersicht

Vorwort	15
Teil I: Vorbereitungen	27
Kapitel 1 Wesentliches aus der Logik und der Mengenlehre	29
Kapitel 2 Algebra	51
Kapitel 3 Gleichungen lösen	109
Kapitel 4 Funktionen einer Variablen	133
Kapitel 5 Eigenschaften von Funktionen	193
Teil II: Differentialrechnung einer Variablen .	225
Kapitel 6 Differentialrechnung	227
Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung . .	283
Kapitel 8 Konkave und konvexe Funktionen	355
Kapitel 9 Optimierung	385
Kapitel 10 Integration	423
Kapitel 11 Themen aus der Finanzmathematik und dynamische Systeme	471
Teil III: Multivariate Algebra	521
Kapitel 12 Matrizenalgebra	523
Kapitel 13 Determinanten, Inverse und quadratische Formen	575

Teil IV: Differentialrechnung mehrerer Variablen	643
Kapitel 14 Funktionen mehrerer Variablen	645
Kapitel 15 Partielle Ableitungen im Einsatz	705
Kapitel 16 Multiple Integrale	771
Teil V: Multivariate Optimierung	785
Kapitel 17 Optimierung ohne Nebenbedingungen . . .	787
Kapitel 18 Nebenbedingungen in Gleichheit	835
Kapitel 19 Lineare Programmierung	877
Kapitel 20 Nichtlineare Programmierung	929
Anhang	955
Lösungen und Antworten zu den Aufgaben	961
Register	1123

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	15
Vorwort zur 6. deutschen Auflage	22
Teil I: Vorbereitungen	27
Kapitel 1 Wesentliches aus der Logik und der Mengenlehre	29
1.1 Wesentliches aus der Mengenlehre	30
1.2 Wesentliches aus der Logik	38
1.3 Mathematische Beweise	44
1.4 Mathematische Induktion	46
Aufgaben zur Wiederholung	49
Kapitel 2 Algebra	51
2.1 Die reellen Zahlen	52
2.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	55
2.3 Regeln der Algebra	62
2.4 Brüche	67
2.5 Potenzen mit gebrochenen Exponenten	73
2.6 Ungleichungen	78
2.7 Intervalle und Absolutbeträge	83
2.8 Vorzeichen-Diagramme	87
2.9 Summennotation	90
2.10 Regeln für Summen	94
2.11 Newtons Binomische Formeln	98
2.12 Doppelsummen	102
Aufgaben zur Wiederholung	105

Kapitel 3 Gleichungen lösen 109

3.1 Gleichungen lösen 110
3.2 Gleichungen und ihre Parameter 113
3.3 Quadratische Gleichungen 116
3.4 Einige nichtlineare Gleichungen 122
3.5 Lösung von Gleichungen mit Hilfe
von Implikationspfeilen 124
3.6 Zwei lineare Gleichungen in zwei Unbekannten 126
Aufgaben zur Wiederholung 130

Kapitel 4 Funktionen einer Variablen 133

4.1 Einführung 134
4.2 Definitionen 135
4.3 Graphen von Funktionen 142
4.4 Lineare Funktionen 146
4.5 Lineare Modelle 153
4.6 Quadratische Funktionen 157
4.7 Polynome 165
4.8 Potenzfunktionen 174
4.9 Exponentialfunktionen 176
4.10 Logarithmusfunktionen 181
Aufgaben zur Wiederholung 187

Kapitel 5 Eigenschaften von Funktionen 193

5.1 Verschiebung von Graphen 194
5.2 Neue Funktionen aus alten 200
5.3 Inverse Funktionen 204
5.4 Graphen von Gleichungen 211
5.5 Abstand in der Ebene 215
5.6 Allgemeine Funktionen 219
Aufgaben zur Wiederholung 222

Teil II: Differentialrechnung einer Variablen . 225

Kapitel 6 Differentialrechnung 227

6.1	Steigungen von Kurven	228
6.2	Tangenten und Ableitungen	230
6.3	Monoton wachsende und fallende Funktionen	237
6.4	Ökonomische Anwendungen	239
6.5	Eine kurze Einführung zu Grenzwerten	244
6.6	Einfache Regeln der Differentiation	250
6.7	Summen, Produkte und Quotienten	254
6.8	Die Kettenregel	262
6.9	Ableitungen höherer Ordnung	267
6.10	Exponentialfunktionen	270
6.11	Logarithmusfunktionen	274
	Aufgaben zur Wiederholung	281

Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung 283

7.1	Implizites Differenzieren	284
7.2	Ökonomische Beispiele	292
7.3	Ableitung der Inversen	297
7.4	Lineare Approximationen	300
7.5	Polynomiale Approximationen	306
7.6	Taylor-Formel	310
7.7	Elastizitäten	313
7.8	Stetigkeit	318
7.9	Mehr über Grenzwerte	326
7.10	Der Zwischenwertsatz	336
7.11	Unendliche Folgen	341
7.12	Regeln von L'Hôpital	344
	Aufgaben zur Wiederholung	350

Kapitel 8 Konkave und konvexe Funktionen 355

8.1 Intuition 356
8.2 Definitionen 358
8.3 Allgemeine Eigenschaften 367
8.4 Tests der ersten Ableitung 371
8.5 Tests der zweiten Ableitung 375
8.6 Wendestellen 379
Aufgaben zur Wiederholung 383

Kapitel 9 Optimierung 385

9.1 Extremstellen 386
9.2 Einfache Tests auf Extremstellen 389
9.3 Ökonomische Beispiele 394
9.4 Der Extremwertsatz und der Mittelwertsatz 400
9.5 Weitere ökonomische Beispiele 408
9.6 Lokale Extremstellen 413
Aufgaben zur Wiederholung 420

Kapitel 10 Integration 423

10.1 Unbestimmte Integrale 424
10.2 Flächen und bestimmte Integrale 431
10.3 Eigenschaften bestimmter Integrale 439
10.4 Ökonomische Anwendungen 443
10.5 Partielle Integration 451
10.6 Integration durch Substitution 455
10.7 Uneigentliche Integrale 461
Aufgaben zur Wiederholung 468

**Kapitel 11 Themen aus der Finanzmathematik
und dynamische Systeme 471**

11.1 Zinsperioden und effektive Raten 472
11.2 Stetige Verzinsung 476
11.3 Barwert 479
11.4 Geometrische Reihen 481

11.5	Gesamtbarwert	488
11.6	Hypothekenrückzahlungen	493
11.7	Interne Ertragsrate	498
11.8	Ein flüchtiger Blick auf Differenzgleichungen	500
11.9	Wesentliches über Differentialgleichungen	504
11.10	Separierbare und lineare Differentialgleichungen	511
	Aufgaben zur Wiederholung	518

Teil III: Multivariate Algebra 521

Kapitel 12 Matrizenalgebra 523

12.1	Matrizen und Vektoren	524
12.2	Systeme linearer Gleichungen	527
12.3	Matrizenaddition	530
12.4	Vektorenalgebra	532
12.5	Matrizenmultiplikation	536
12.6	Regeln für Matrizenmultiplikation	541
12.7	Die Transponierte	549
12.8	Gauß'sche Elimination	552
12.9	Geometrische Interpretation von Vektoren	558
12.10	Geraden und Ebenen	568
	Aufgaben zur Wiederholung	572

Kapitel 13 Determinanten, Inverse und quadratische Formen 575

13.1	Determinanten der Ordnung 2	576
13.2	Determinanten der Ordnung 3	581
13.3	Determinanten im Allgemeinen	586
13.4	Grundlegende Regeln für Determinanten	589
13.5	Entwicklung nach Co-Faktoren	595
13.6	Die Inverse einer Matrix	599
13.7	Eine allgemeine Formel für die Inverse	605
13.8	Cramer'sche Regel	609
13.9	Das Leontief-Modell	613
13.10	Eigenwerte und Eigenvektoren	618

13.11 Diagonalisierung	626
13.12 Quadratische Formen	630
Aufgaben zur Wiederholung	640

Teil IV: Differentialrechnung mehrerer Variablen 643

Kapitel 14 Funktionen mehrerer Variablen 645

14.1 Funktionen von zwei Variablen	646
14.2 Partielle Ableitungen bei zwei Variablen	650
14.3 Geometrische Darstellung	657
14.4 Flächen	665
14.5 Funktionen von n Variablen	667
14.6 Partielle Ableitungen bei mehreren Variablen	673
14.7 Konvexe Mengen	678
14.8 Konkave und konvexe Funktionen	683
14.9 Ökonomische Anwendungen	695
14.10 Partielle Elastizitäten	697
Aufgaben zur Wiederholung	700

Kapitel 15 Partielle Ableitungen im Einsatz 705

15.1 Eine einfache Kettenregel	706
15.2 Kettenregel für viele Variablen	712
15.3 Implizites Differenzieren entlang einer Höhenlinie	716
15.4 Niveauflächen	723
15.5 Substitutionselastizität	727
15.6 Homogene Funktionen von zwei Variablen	729
15.7 Homogene und homothetische Funktionen	734
15.8 Lineare Approximationen	741
15.9 Differentiale	750
15.10 Gleichungssysteme	755
15.11 Differenzieren von Gleichungssystemen	759
Aufgaben zur Wiederholung	767

Kapitel 16 Multiple Integrale 771

16.1 Doppelintegrale über endliche Rechtecke 772
16.2 Integration über unendliche Rechtecke 779
16.3 Unstetige Integranden und andere Erweiterungen 781
16.4 Integration bei mehreren Variablen 783

Teil V: Multivariate Optimierung 785

Kapitel 17 Optimierung ohne Nebenbedingungen . . 787

17.1 Zwei Variablen: Notwendige Bedingungen 788
17.2 Zwei Variablen: Hinreichende Bedingungen 794
17.3 Lokale Extremstellen 800
17.4 Lineare Modelle mit quadratischer Zielfunktion 806
17.5 Der Extremwertsatz 814
17.6 Funktionen von mehreren Variablen 819
17.7 Komparative Statik und das Envelope-Theorem 825
Aufgaben zur Wiederholung 831

Kapitel 18 Nebenbedingungen in Gleichheit 835

18.1 Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren 836
18.2 Interpretation des Lagrange-Multiplikators 845
18.3 Mehrere Lösungskandidaten 848
18.4 Warum funktioniert die Methode
der Lagrange-Multiplikatoren? 851
18.5 Hinreichende Bedingungen 856
18.6 Zusätzliche Variablen und Nebenbedingungen 860
18.7 Komparative Statik 867
Aufgaben zur Wiederholung 874

Kapitel 19 Lineare Programmierung 877

19.1 Ein grafischer Ansatz 879
19.2 Einführung in die Dualitätstheorie 885
19.3 Das Dualitätstheorem 890
19.4 Eine allgemeine ökonomische Interpretation 896

19.5	Komplementärer Schlupf	899
19.6	Die Simplexmethode, erklärt an einem einfachen Beispiel	905
19.7	Mehr über die Simplexmethode	908
19.8	Die Simplexmethode im allgemeinen Fall	911
19.9	Dualität mit Hilfe der Simplexmethode	919
19.10	Sensitivitätsanalyse	922
	Aufgaben zur Wiederholung	927
	Kapitel 20 Nichtlineare Programmierung	929
20.1	Zwei Variablen und eine Nebenbedingung	930
20.2	Mehrere Variablen und Nebenbedingungen in Ungleichungsform	938
20.3	Nichtnegativitätsbedingungen	946
	Aufgaben zur Wiederholung	951
	Anhang	955
A.1	Geometrie	956
A.2	Das Griechische Alphabet	958
A.3	Literaturverzeichnis	959
	Lösungen und Antworten zu den Aufgaben	961
	Register	1123