

Inhalt

Vorwort	9
1 Zielsetzung	11
1.1 Prolog	11
1.2 Stolpersteine, kritische Stimmen	15
1.3 Paradigmen	16
1.4 Resümee	18
2 Wahrscheinlichkeit entsteht, wenn aus Erfahrung Erwartung wird	19
2.1 Anknüpfen an alltägliche Vorerfahrungen	19
2.2 Prognostische Wahrscheinlichkeiten	21
2.2.1 Spekulieren (Schritt 1)	21
2.2.2 Experimentieren (Schritt 2)	25
2.2.3 Reflektieren (Schritt 3)	25
2.3 Die Reißzwecke trifft Lord Voldemord	26
2.4 Mit prognostischen Wahrscheinlichkeiten rechnen – Prognosen prüfen	29
2.4.1 Durchmarsch (Pfadregel, Gegenwahrscheinlichkeit, Erwartungswert)	30
2.4.2 Augensummenverteilung (Pfadregel versus systematisches Abzählen)	32
2.4.3 Pfadregel in Kombination mit systematischem Abzählen	33
2.5 Vertiefende Fragestellungen	33
2.5.1 Wurftechnik	33
2.5.2 Schwerpunkt	33
2.5.3 Gibbs-Verteilung	34
2.6 Resümee	35
3 Beurteilende Statistik im Federmäppchen	38
3.1 Perspektivwechsel	38
3.2 Laplace-Hypothese intuitiv bewerten	39
3.3 Den Zweifel sortieren	40
3.4 Die Sortiergrößen werden Testgrößen	42

3.5	Stichprobenumfang und Hauptsatz der beurteilenden Statistik	44
3.6	Kontrapunkt	46
3.7	Resümee	47
4	Das empirische Gesetz der großen Zahlen:	
	Prognoseintervalle und das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz	48
4.1	Viele kurze Versuche statt eines langen	48
4.2	Der Fundamentalsatz	50
4.3	$\frac{1}{\sqrt{n}}$ -Gesetz	53
4.4	Experimente	55
4.4.1	Gewichte (Vorzeichentest)	55
4.4.2	Größenvergleich (Vorzeichentest)	56
4.4.3	Minutenschätzung: Lernen aus Erfahrung	58
4.4.4	Exkurs: Das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -Gesetz und der zweiseitige Signifikanztest	59
4.4.5	Schreiben – Laufen – Hände falten	60
4.4.6	Pi mal Daumen	61
4.5	Datenerhebungen planen – ein Exkurs	64
4.6	Resümee	66
5	Konfidenzintervalle	67
5.1	Wie unterrichtet man Konfidenzintervalle?	67
5.1.1	Spekulieren	67
5.1.2	Experimentieren/Reflektieren	68
5.2	Konfidenzellipse kooperativ	69
5.3	Formeln – Rechenwerkzeuge	70
5.4	Konfidenzintervalle freirubbeln	71
5.5	Dualität	72
5.6	Resümee	75
6	Standardabweichung – Rekursion	76
6.1	Binomialverteilung, Sigmaregeln	76
6.2	Summenexperimente: Ein Blick hinter die Kulissen	79
6.3	Vertiefung: Rekursion und erzeugende Funktionen	82

6.4	Audiotest, Abstandssummen und der zentrale Grenzwertsatz	83
6.4.1	Experiment	83
6.4.2	Treffersummen (Binomialverteilung)	84
6.4.3	Abstandssummen	85
6.4.4	„Systemankreuzer“ und die Tendenz zur Mitte	87
6.5	Die Standardabweichung in der beschreibenden Statistik?	89
6.5.1	Küchenmaße	89
6.5.2	Wartezeiten	91
6.6	Resümee	91
7	Lernen aus Erfahrung – Abwägen zwischen Hypothesen nach Bayes	93
7.1	Bewerten von Hypothesen, Revidieren von Vertrauen	93
7.2	Exkurs: Rekursion und invertierte Baumdiagramme	96
7.3	Einstiegsexperiment	97
7.4	Variieren – Reflektieren	99
7.5	Weitere Experimente	103
7.5.1	Beispiel Min-Rot-Max	103
7.5.2	Beispiel Quader gegen Würfel	105
7.5.3	Beispiel mit/ohne Zurücklegen	105
7.6	Invertierte Baumdiagramme, das Robert-Koch-Institut und natürliche Häufigkeiten	106
7.7	Resümee	108
8	Signifikanztests	110
8.1	Prolog	110
8.2	Vom Prognoseintervall zum einseitigen Test	113
8.3	Fragwürdige Aufgaben – wie der zweiseitige Blick vieles erleichtert	117
8.4	Authentische Beispiele – Gummibärenforschung	119
8.4.1	Gewicht und Eichzeichen	120
8.4.2	Geschmack und Farbe	125
8.4.3	Von der Gewinnerwartung zum Hypothesentest	127
8.4.4	Resultat und Resümee	128

8.5	Einseitige Signifikanztests aus Bayes'scher Sicht	129
8.5.1	Das Entscheidungsspiel („Alternativtest“)	129
8.5.2	Gewinnspiel	130
8.5.3	Erkenntnis	131
8.5.4	Irrtumswahrscheinlichkeiten	134
8.5.5	Aus Spiel wird Ernst	135
8.6	Resümee	136
9	Das Glücksrad auf der schiefen Ebene	138
9.1	Der Stellenwert des Experiments	138
9.2	Hypothesen aufstellen, Spekulieren	139
9.3	Experimentieren	140
9.4	Exkurs: Einseitige Signifikanztests – revisited	142
9.5	Das Glücksrad und die Wahrscheinlichkeitsdichte	143
9.5.1	Die Sinusdichte verstehen und nutzen	143
9.5.2	Die Sinusdichte physikalisch begründen	145
9.6	Wenn der Zeiger ins Rutschen kommt	148
9.7	Resümee	148
10	Die Normalverteilung	150
10.1	Die beiden klassischen Wege	150
10.1.1	Die Gaußsche Glocke als Näherung der Binomialverteilung	151
10.1.2	Die Gaußsche Glocke als Wahrscheinlichkeitsdichte	152
10.1.3	NQ-Plots	153
10.2	Darts werfen (zwei Experimente)	156
10.3	Die Wahrscheinlichkeitsdichten (Theorie zu Experiment 2)	159
10.4	Wie Gauß die Normalverteilung entdeckt haben könnte (Theorie zu Experiment 1)	161
10.5	Die Kreiszahl π und die Gaußsche Glocke	162
10.6	Warum σ „Standardabweichung“ heißt	163
10.7	Vergleich von Theorie und Wirklichkeit	163
10.8	Resümee	164

11 Lineare Modelle: Regression und Korrelation	166
11.1 Das Trendgeradenwerkzeug in der Sekundarstufe I	166
11.1.1 Perlenstichproben (proportionaler Zusammenhang)	167
11.1.2 Schuhgrößen (linearer Zusammenhang)	168
11.1.3 Verschiedene Testgrößen beim Bleistiftrollen (nicht linearer Zusammenhang)	168
11.1.4 Formeln deuten	170
11.2 Regression (Sekundarstufe II)	173
11.3 Bestimmtheitsmaß (Sekundarstufe II)	173
11.4 Modell und Wirklichkeit – eine erhellende Simulation	175
11.5 Wahrscheinlichkeiten kommen ins Spiel	178
11.6 Das Bestimmtheitsmaß und die Genauigkeit von Prognosen	180
11.7 Korrelation und Kausalität	181
11.8 Resümee	183
11.9 Anhang: Fragebogen	184
Literatur	188
Bildquellenverzeichnis	189
Dateien zum Download mit Kurzkomentar	190
Materialien	198