

Inhaltsverzeichnis

1	Statistische Daten	1
1.1	Erhebungen	1
	Problemstellung	1
	Begriffsbildungen	1
1.2	Statistische Variablen	4
	Begriffsbildungen	4
	Klassifikationen	5
	Transformationen	7
1.3	Die Datenmatrix	9
1.4	Aufgaben	11
2	Darstellung univariater Datensätze	13
2.1	Häufigkeitsverteilungen diskreter Variablen	13
	Problemstellung	13
	Häufigkeiten	14
	Graphische Darstellungen	15
2.2	Häufigkeitsverteilungen stetiger Variablen	17
	Problemstellung	17
	Geordneter Datensatz	18
	Stemleaf-Diagramm	19
	Häufigkeitstabelle	22
	Das Histogramm	23
2.3	Die empirische Verteilungsfunktion	26
	Einführendes Beispiel	26
	Empirische Verteilungsfunktion	26
	Klassierte Daten	28
2.4	Quantile	31
	Problemstellung	31
	Bestimmung der Quantile	31
	Spezielle Quantile	34
	Quantildiagramme	34
	5-Zahlen-Zusammenfassung	37
	Box-Plots	38
2.5	Aufgaben	40
3	Darstellung multivariater Datensätze	44
3.1	Diskrete Variablen	44
	Einführendes Beispiel	44
	Bivariate Kontingenztabellen	45
	Bedingte relative Häufigkeiten	46
	Mehrdimensionale Kontingenztabellen	47

3.2	Stetige Variablen	48
	Streudiagramm	48
	Konvexe Hüllen	49
	Histogramm	50
	Mehrdimensionale Daten	52
3.3	Aufgaben	54
4	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	57
4.1	Zufallsexperimente und Ereignisse	57
	Zufallsexperimente	57
	Ereignisse	59
4.2	Wahrscheinlichkeiten	64
	Chancen von Ereignissen	64
	Häufigkeiten von Ereignissen	65
	Statistische Wahrscheinlichkeiten	66
	Axiome von Kolmogorov	68
	Das Gleichmöglichkeitsmodell	71
4.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit	72
	Bedingte Wahrscheinlichkeit	72
	Unabhängigkeit	74
4.4	Aufgaben	77
5	Zufallsvariablen	80
5.1	Zufallsvariablen	80
	Definition	81
	Verteilungsfunktion	82
5.2	Diskrete Zufallsvariablen	84
	Wahrscheinlichkeitsfunktion	84
	Bestimmung eines Verteilungsmodells	85
	Verteilungsfunktion	88
5.3	Stetige Zufallsvariablen	89
	Dichtefunktion	89
	Verteilungsfunktion	92
	Bestimmung eines Verteilungsmodells	93
5.4	Theoretische Quantile	95
	Definition	96
	Quantildiagramme	96
5.5	Mehrdimensionale Zufallsvariablen	101
	Grundlagen	101
	Unabhängigkeit	102
5.6	Aufgaben	103
6	Lageparameter	107
6.1	Empirische Lageparameter	107
	Problemstellung	107
	Erfassung des Niveaus	107
	Der Median	108

	Das arithmetische Mittel	109
	Berechnung des arithmetischen Mittels.....	110
	Eigenschaften des arithmetischen Mittels.....	112
	Weitere Lageparameter	115
6.2	Theoretische Lageparameter	117
	Der Erwartungswert	117
	Eigenschaften des Erwartungswertes.....	119
	Der Median	121
	Der Modus.....	122
6.3	Aufgaben	122
7	Streuungsparameter	126
7.1	Empirische Streuungsparameter	126
	Problemstellung	126
	Durchschnittliche Abweichung und Standardabweichung.....	126
	Varianz	129
	Weitere Streuungsparameter	132
7.2	Die theoretische Varianz.....	134
	Definition der Varianz.....	134
	Eigenschaften.....	136
	Die Tschebyschev-Ungleichung	138
7.3	Aufgaben	141
8	Schiefeparameter und Datentransformation	144
8.1	Schiefeparameter.....	144
	Einführendes Beispiel	144
	Schiefe theoretischer Verteilungen	144
	Schiefe empirische Verteilungen	148
8.2	Datentransformation	152
	Problemstellung	152
	Nichtlineare Transformation	152
	Auswahl einer Transformation zur Symmetrisierung	154
	Stabilisierung der Streuung	158
8.3	Aufgaben	161
9	Parametermultivariater Verteilungen	162
9.1	Empirische Verteilungen	162
	Problemstellung	162
	Die Kovarianz.....	163
	Der Korrelationskoeffizient von Bravais-Pearson	166
	Der Rangkorrelationskoeffizient von Spearman.....	169
	Der Phi-Koeffizient	171
9.2	Theoretische Verteilungen.....	173
9.3	Aufgaben	175
10	Diskrete Verteilungsmodelle	178
10.1	Die Binomialverteilung.....	179

	Einführendes Beispiel	179
	Herleitung der Verteilung	180
	Eigenschaften	183
	Anpassung an empirische Verteilungen	184
	Die hypergeometrische Verteilung	184
10.2	Die Poisson-Verteilung	187
	Problemstellung	187
	Ableitung und Eigenschaften	187
	Anpassung an empirische Verteilungen	189
10.3	Die geometrische Verteilung	191
	Einführendes Beispiel	191
	Ableitung und Eigenschaften	191
10.4	Die negative Binomialverteilung	193
	Ableitung und Eigenschaften	193
	Anpassung an empirische Verteilungen	195
10.5	Zur Auswahl eines diskreten Verteilungsmodells	197
10.6	Aufgaben	201
11	Stetige Verteilungsmodelle	204
11.1	Stetige Gleichverteilung	204
11.2	Die Pareto-Verteilung	205
	Definition	205
	Anpassung an empirische Verteilungen	206
11.3	Die Exponentialverteilung	208
	Ableitung und Eigenschaften	208
	Anpassung an empirische Verteilungen	211
11.4	Die Gamma-Verteilung	214
	Ableitung und Eigenschaften	214
11.5	Aufgaben	216
12	Die Normalverteilung	218
12.1	Grundlagen	218
	Problemstellung	218
	Definition und Bedeutung der Parameter	219
	Eigenschaften	220
	Anpassung an empirische Verteilungen	224
12.2	Approximation von Verteilungen	227
	Problemstellung	227
	Der zentrale Grenzwertsatz	228
	Approximation der Binomialverteilung	229
	Approximation der Poisson-Verteilung	232
12.3	Die logarithmische Normalverteilung	233
	Problemstellung	233
	Definition und Eigenschaften	234
	Anpassung an empirische Verteilungen	234
12.4	Aufgaben	237

13	Stichprobenfunktionen	242
13.1	Grundlagen	242
	Einführendes Beispiel	242
	Definition	243
13.2	Spezielle Stichprobenfunktionen	245
	Das arithmetische Mittel	245
	Die relative Häufigkeit	247
	Die empirische Verteilungsfunktion	249
	Monte-Carlo-Simulation	250
13.3	Aufgaben	251
14	Schätzen von Parametern	253
14.1	Schätzfunktionen und ihre Eigenschaften	255
	Schätzfunktionen	255
	Mittlerer quadratischer Fehler	255
	Erwartungstreue	258
	Konsistenz	261
14.2	Anwendungsorientierte Aspekte	262
	Problemstellung	262
	Robustheit	263
	Sensitivitätskurve und Bruchpunkt	264
	Standardfehler	268
14.3	Schätzmethoden	271
	Problemstellung	271
	Momentenmethode	271
	Maximum-Likelihood-Methode	272
	Bestimmung des Maximums von $L(\theta)$	276
	Mehrere Parameter	276
14.4	Übersicht	278
14.5	Aufgaben	279
15	Konfidenzintervalle	282
15.1	Konfidenzintervall für den Median	282
	Problemstellung	282
	Ableitung des Konfidenzintervalles	283
	Das Konfidenzintervall	284
15.2	Allgemeine Definition eines Konfidenzintervalles	287
15.3	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert	288
	Normalverteilung mit bekanntem σ	288
	Normalverteilung mit unbekanntem σ	289
	Approximative Konfidenzintervalle für μ	292
15.4	Konfidenzintervalle für Streuungsparameter	294
	Konfidenzintervall für σ^2 bei Normalverteilung	294
	Konfidenzintervalle für zwei Quartile	296
15.5	Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten und Anteile	298
	Problemstellung	298
	Approximatives Konfidenzintervall für eine Wahrscheinlichkeit	299

	Approximatives Konfidenzintervall für einen Anteil.....	300
	Länge der Konfidenzintervalle für p	301
15.6	Aufgaben	303
16	Testen von Hypothesen	306
16.1	Reine Signifikanztests	306
	Problemstellung	306
	Tests auf der Basis von Konfidenzintervallen	306
	Tests auf der Basis von Prüfgrößen	308
	Das empirische Signifikanzniveau	310
16.2	Die Elemente der klassischen Testtheorie	312
	Problemstellung	312
	Formen und Hypothesen	312
	Fehlerarten	314
	Gütefunktion	315
16.3	Aufgaben	318
17	Spezielle Parametertests	320
17.1	Einstichprobentests	320
	Tests auf μ bei Normalverteilung	320
	Approximative Tests auf μ	321
	Test auf $\tilde{\mu}$ bei symmetrischen Verteilungen	322
	Test auf $\tilde{\mu}$ bei beliebigen Verteilungen	325
	Tests auf σ^2 bei Normalverteilung	326
	Test auf eine Wahrscheinlichkeit p	328
17.2	Parametervergleich bei unabhängigen Stichproben	328
	Testen von Lageunterschieden	328
	Vergleich von μ_X und μ_Y bei Normalverteilung: σ_X und σ_Y bekannt .	329
	Vergleich von μ_X und μ_Y : Stichproben groß	329
	Vergleich von μ_X und μ_Y bei Normalverteilung: σ_X und σ_Y unbekannt, Stichproben klein	330
	Vergleich von $\tilde{\mu}_X$ und $\tilde{\mu}_Y$	332
	Vergleich zweier Streuungen	334
	Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten	334
17.3	Übersichten über die Parametertests	336
	Übersicht Einstichprobentests	337
	Übersicht Zweistichprobentests	337
17.4	Aufgaben	338
18	Varianzanalyse	342
18.1	Einfache Varianzanalyse	342
	Einführendes Beispiel	342
	Das Modell	343
	Der Test bei Normalverteilung	344
	Multiple Vergleiche bei Normalverteilung	348
	Nicht-normalverteilte Variablen	352

18.2	Zweifache Varianzanalyse	355
	Einführendes Beispiel	355
	Test bei Normalverteilung	356
	Eine Beobachtung pro Zelle	360
	Ungleiche Varianzen	361
	Nicht-normalverteilte Störungen	364
18.3	Aufgaben	366
19	Überprüfung der Anpassungsgüte von Verteilungen und der Unabhängigkeit	368
19.1	Anpassungstests	368
	Problemstellung	368
	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für vollständig spezifizierte Verteilungen	369
	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest für Verteilungen mit unbekannten Parametern	371
	Das Chigramm	374
	Der Kolmogorov-Smirnov-Test	375
	Anpassungstest vom Korrelationstyp	382
19.2	Der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	384
	Problemstellung	384
	Der Test	385
19.3	Aufgaben	389
20	Regressionsanalyse	393
20.1	Die empirische Regressionsgerade	394
	Problemstellung	394
	Kriterien für die Anpassung einer Geraden	395
	Bestimmung der Regressionsgeraden	397
	Das Bestimmtheitsmaß	399
20.2	Das lineare Regressionsmodell	401
	Einführendes Beispiel	401
	Entwicklung des Modells	402
20.3	Schätzen und Testen im linearen Regressionsmodell	404
	Problemstellung	404
	Die Kleinst-Quadrate-Schätzfunktion	405
	Eigenschaften des KQ-Schätzers	406
	Konfidenzintervalle	408
	Tests	411
20.4	Residuenanalyse	413
	Systematische Änderung des Mittels	415
	Inhomogenität der Varianz	417
	Ausreißer	419
	Verletzung der Normalverteilungsannahme	422
20.5	Linearisierung eines Zusammenhanges	425
	Problemstellung	425

Transformationen	426
Auswahl der Transformationen	427
20.6 Aufgaben	428
Anhang Tabellen	435
A: Binomialverteilung	435
B: Poissonverteilung	441
C: Normalverteilung	443
D: t-Verteilung	445
E: Chi-Quadrat-Verteilung	447
F: Kritische Werte des F-Tests für $\alpha = 0.05$	449
G: Kritische Werte der Korrelationstests	451
Index	453