

Inhaltsübersicht

I. Grundbegriffe	1
II. Beschreibende Statistik	11
1. Untersuchung eines Merkmals	11
2. Untersuchung zweier Merkmale	32
3. Beschreibung der Entwicklung von Zeitreihen	51
4. Indexzahlen	58
III. Schließende Statistik	65
1. Kombinatorik	65
2. Wahrscheinlichkeitstheorie	66
3. Stichproben	80
IV. Ausgewählte mathematische Grundlagen	103
V. Statistische Tabellen	115
1. Fakultäten $n!$	115
2. Binomialkoeffizienten	116
3. Zufallszahlen	118
4. Binomialverteilung	120
5. Poissonverteilung	136
6. Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	140
7. Kritische Werte der t-Verteilung (Studentverteilung)	148
8. Kritische Werte der Chi-Quadrat-Verteilung	152
9. Kritische Werte der F-Verteilung	156
VI. Deutsche, englische und französische Fachausdrücke	166
VII. Symbolverzeichnis	175
VIII. Literaturverzeichnis	179

Inhaltsverzeichnis

I. Grundbegriffe	1
1. Ablauf einer statistischen Untersuchung	1
2. Grundgesamtheit, Stichprobe und deren Erhebung	2
3. Bestands- und Bewegungsmassen, Fortschreibungsformel	3
4. Stichproben	4
4.1 Arbeitsweise bei Stichprobenerhebungen	4
4.2 Verfahren zur Auswahl von Stichproben	5
5. Statistische Einheiten, Merkmale und Merkmalsausprägungen	8
6. Statistische Maßskalen	9
7. Klassifikation von Merkmalen	10
II. Beschreibende Statistik	11
1. Untersuchung eines Merkmals	11
1.1 Häufigkeit	11
1.1.1 Absolute Häufigkeit h	11
1.1.2 Relative Häufigkeit f , Prozentsatz p	11
1.1.3 Kumulierte oder Summenhäufigkeit F	11
1.2 Häufigkeitstabelle, Häufigkeitsverteilung und Verteilungsfunktion	12
1.3 Statistische Schaubilder	13
1.3.1 Graphische Darstellung von Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit vom Skalenniveau	13
1.3.2 Kreisdiagramm	15
1.3.3 Balkendiagramm	15
1.3.4 Rechteckdiagramm (horizontal)	16
1.3.5 Rechteckdiagramm (vertikal)	16
1.3.6 Stabdiagramm	17
1.3.7 Histogramm	17
1.3.8 Häufigkeitspolygon	18

1.3.9 Verteilungsfunktion bei einem diskreten metrischen Merkmal	19
1.3.10 Verteilungsfunktion bei Klassenbildung	19
1.4 Regeln zur Klasseneinteilung	20
1.5 Statistische Maßzahlen	21
1.5.1 Statistische Maßzahlen in Abhängigkeit vom Skalenniveau	21
1.5.2 Mittelwerte	22
1.5.2.1 Arithmetisches Mittel \bar{x}	22
1.5.2.2 Mittelwert μ einer Grundgesamtheit	23
1.5.2.3 Harmonisches Mittel H	23
1.5.2.4 Geometrisches Mittel G	23
1.5.2.5 Median Me , Quartile Q und Perzentil x_p	24
1.5.2.6 Modus Mo	26
1.5.3 Streuungsmaße	26
1.5.3.1 Empirische Varianz S^2 und empirische Standardabweichung (Streuung) S	26
1.5.3.2 Variationskoeffizient V (relative Streuung)	27
1.5.3.3 Spannweite SPW	27
1.5.3.4 Mittlere absolute Abweichung MA	28
1.5.4 Schiefe	28
1.5.4.1 Schiefemaß nach Pearson SMP	28
1.5.4.2 Fechnersche Lageregel	28
1.5.4.3 Unsymmetrisches und symmetrisches Histogramm	29
1.6 Statistische Messung der Konzentration	30
1.6.1 Konzentrationskurve (Lorenzkurve)	30
1.6.2 Konzentrationsmaße	30
1.6.2.1 Gini-Koeffizient GK	30
1.6.2.2 Konzentrationsrate C_m	31
1.6.2.3 Herfindahl-Index I^H	31

2. Untersuchung zweier Merkmale	32
2.1 Häufigkeitstabelle und Häufigkeitsverteilung	32
2.1.1 Häufigkeitstabelle, Kontingenztabelle	32
2.1.2 Gemeinsame absolute Häufigkeit zweier Merkmale h_{ij}	32
2.1.3 Gemeinsame relative Häufigkeit f_{ij} und Prozentsatz p_{ij}	32
2.1.4 Randsummen und Randverteilung	33
2.1.5 Tabellentyp bei metrischen Merkmalen und Klassenbildung	34
2.1.6 Tabellentyp bei metrischen Merkmalen und einzelnen Wertepaaren	34
2.1.7 Praktische Gestaltung einer Tabelle zur Darstellung zweier Merkmale (Schema)	35
2.2 Statistische Schaubilder	36
2.2.1 Räumliche Darstellung der Häufigkeitsverteilung nicht-metrischer Merkmale	36
2.2.2 Flächen-Darstellung der Häufigkeitsverteilung nicht-metrischer Merkmale	37
2.2.3 "Häufigkeitsgebirge" zur Darstellung metrischer Merkmale bei Klassenbildung	38
2.2.4 Punktdiagramm zur Darstellung metrischer Merkmale (ohne Klassenbildung)	38
2.2.5 Graphische Darstellung von Zeitreihen	39
2.2.6 Verwendung einer logarithmischen Achseneinteilung	39
2.3 Bedingte Häufigkeit und statistische Unabhängigkeit	40
2.3.1 Bedingte Häufigkeit und bedingte Häufigkeitsverteilung	40
2.3.2 Statistische Unabhängigkeit	40
2.4 Korrelationsmaße	41
2.4.1 Korrelationsmaße in Abhängigkeit vom Skalenniveau, Niveau-Regression	41
2.4.2 Kontingenzmaße	42
2.4.2.1 Quadratische Kontingenz χ^2	42
2.4.2.2 Kontingenzkoeffizient C	42

2.4.3 Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman ρ	43
2.4.4 Korrelationsmaße für metrische Merkmale	43
2.4.4.1 Empirische Kovarianz S_{xy}	43
2.4.4.2 Korrelationskoeffizient nach Bravais/Pearson R	44
2.5 Regressionsanalyse	45
2.5.1 Lineare Einfachregression	45
2.5.2 Nichtlineare Regression: Exponential-Modell	46
2.5.3 Nichtlineare Regression: Parabolisches Modell	48
2.6 Verhältniszahlen	49
2.6.1 Gliederungszahlen	49
2.6.2 Beziehungszahlen	49
2.6.3 Meßzahlen	50
3. Beschreibung der Entwicklung von Zeitreihen	51
3.1 Komponenten von Zeitreihen	51
3.2 Bestimmung der glatten Komponente mit der Methode der gleitenden Durchschnitte	52
3.3 Trendberechnung	52
3.3.1 Linearer Trend	52
3.3.2 Exponentialtrend	52
3.3.3 Parabolischer Trend	53
3.4 Bestimmung der Saison, Saisonbereinigung	53
3.5 Prognose	55
3.5.1 Exponentielle Glättung erster Ordnung	55
3.5.2 Trendfortschreibung	55
3.5.3 Prognosefehler	55
3.6 Meßzahlen im Zeitablauf	56
4. Indexzahlen	58
4.1 Definition	58
4.2 Umsatzindex	58

4.3 Preisindizes	58
4.3.1 Preisindex nach Laspeyres	58
4.3.2 Preisindex nach Paasche	59
4.3.3 Preisindex nach Fisher	60
4.4 Mengenindizes	60
4.4.1 Mengenindex nach Laspeyres	60
4.4.2 Mengenindex nach Paasche	60
4.5 Preisbereinigung (Deflationierung)	60
4.6 Umbasierung	62
4.7 Aktualisierung des Warenkorbes, Neuberechnung des Index	62
4.8 Verknüpfung	63
4.9 Verkettung	64
III. Schließende Statistik	65
1. Kombinatorik	65
2. Wahrscheinlichkeitstheorie	66
2.1 Zufallsvorgang, Ereignisraum und Elementarereignis	66
2.2 Wahrscheinlichkeitsbegriff	66
2.2.1 Theoretischer Wahrscheinlichkeitsbegriff	66
2.2.2 Statistischer (empirischer) Wahrscheinlichkeitsbegriff	66
2.2.3 Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten	66
2.3 Wahrscheinlichkeitsrechnung	67
2.3.1 Additionssatz	67
2.3.2 Stochastische Unabhängigkeit	67
2.3.3 Multiplikationssatz	67
2.3.4 Theorem der absoluten Wahrscheinlichkeit (Totale Wahrscheinlichkeit $w(B)$)	68
2.3.5 Bedingte Wahrscheinlichkeit, Bayes-Theorem	68

2.3.6 Wahrscheinlichkeit des komplementären Ereignisses $W(\bar{A})$	68
2.4 Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Parameter	69
2.4.1 Zufallsvariable	69
2.4.2 Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(x_i)$ einer diskreten Zufallsvariable	69
2.4.3 Verteilungsfunktion $F(x)$ einer diskreten Zufallsvariable	69
2.4.4 Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$ einer stetigen Zufallsvariable (Dichtefunktion)	69
2.4.5 Verteilungsfunktion $F(x)$ einer stetigen Zufallsvariable	70
2.4.6 Parameter einer diskreten Zufallsvariable	70
2.4.7 Parameter einer stetigen Zufallsvariable	70
2.5 Spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	71
2.5.1 Zweipunktverteilung	71
2.5.2 Binomialverteilung	71
2.5.3 Hypergeometrische Verteilung	72
2.5.4 Poissonverteilung	72
2.6 Normalverteilung (Gauss-Verteilung)	73
2.6.1 Dichtefunktion und Parameter	73
2.6.2 Standardnormalverteilung	74
2.7 Approximation	75
2.7.1 Übergang der Binomialverteilung in die Normalverteilung	75
2.7.2 Approximationsregeln (Überblick)	76
2.8 Chi-Quadrat-Verteilung (χ^2 -Verteilung)	77
2.9 Studentverteilung (t-Verteilung)	78
2.10 Die Fisher-Verteilung (F-Verteilung)	79

3. Stichproben	80
3.1 Statistische Sätze	80
3.1.1 Gesetz der großen Zahlen	80
3.1.2 Zentraler Grenzwertsatz	80
3.1.3 Tschebyscheffsche Ungleichung	80
3.1.4 Schwaches Gesetz der großen Zahlen für Mittelwerte	80
3.2 Stichprobenverteilungen	81
3.2.1 Verteilung des Stichprobenmittels	81
3.2.2 Verteilung der Stichprobenvarianz	82
3.2.3 Verteilung der mittleren quadratischen Abweichung	83
3.2.4 Verteilung des Stichprobenanteilswertes	84
3.2.5 Sonstige Verteilungen wichtiger Stichprobenfunktionen	85
3.3 Intervallschätzung	86
3.3.1 Eigenschaften von „guten“ Schätzungen	86
3.3.2 Konfidenzintervall um den unbekanntem Mittelwert μ der Grundgesamtheit	87
3.3.3 Konfidenzintervall um den unbekanntem Anteilswert π der Grundgesamtheit	88
3.3.4 Konfidenzintervall um die unbekanntem Varianz σ^2 der Grundgesamtheit	88
3.3.5 Konfidenzintervall um die unbekanntem Regressionsparameter β_0 und β_1 der Grundgesamtheit	90
3.3.6 Konfidenzintervall um den unbekanntem Anteilswert p der Stichprobe (Inklusionsschluß auf p)	91
3.3.7 Konfidenzintervall um den unbekanntem Mittelwert \bar{x} der Stichprobe (Inklusionsschluß auf \bar{x})	91

3.4 Berechnung des notwendigen Stichprobenumfangs n	92
3.4.1 Fall: Schätzung des arithmetischen Mittels μ der Grundgesamtheit	92
3.4.2 Fall: Schätzung des Anteilswertes π der Grundgesamtheit	92
3.4.3 Fall: Schätzung der Varianz σ^2 der Grundgesamtheit	93
3.5 Hypothesentest	93
3.5.1 Ablauf eines statistischen Tests	93
3.5.2 Ein- und zweiseitige Tests (Schematische Darstellung)	93
3.5.3 Fehler 1. und 2. Art	95
3.5.4 Zweiseitiger Test für den unbekanntem Mittelwert μ der normalverteilten Grundgesamtheit (σ bekannt)	96
3.5.5 Zweiseitiger Test für den unbekanntem Mittelwert μ der normalverteilten Grundgesamtheit (σ unbekannt)	96
3.5.6 Linksseitiger Test für den unbekanntem Mittelwert μ der normalverteilten Grundgesamtheit (σ unbekannt)	97
3.5.7 Rechtsseitiger Test für den unbekanntem Mittelwert μ der normalverteilten Grundgesamtheit (σ unbekannt)	97
3.5.8 Vergleich zweier Mittelwerte aus normalverteilten Grundgesamtheiten (σ_1 und σ_2 bekannt)	98
3.5.9 Vergleich zweier Mittelwerte aus normalverteilten Grundgesamtheiten (σ_1 und σ_2 unbekannt; $\sigma_1 = \sigma_2$)	98
3.5.10 Test für die unbekanntem Varianz σ^2 der normalverteilten Grundgesamtheit	99
3.5.11 Vergleich zweier Streuungen aus normalverteilten Grundgesamtheiten	99
3.5.12 Test für den unbekanntem Anteil π der Grundgesamtheit	100
3.5.13 Vergleich zweier Anteilswerte	100
3.5.14 Chi-Quadrat-Anpassungstest	101
3.5.15 Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest	102

IV. Ausgewählte mathematische Grundlagen	103
1. Zeichen und Schreibweisen	103
1.1 Summenzeichen	103
1.2 Produktzeichen	104
1.3 Fakultät $n!$	104
1.4 Binomialkoeffizient	104
2. Logarithmus und Logarithmengesetze	105
3. Differentialrechnung	105
4. Integralrechnung	107
5. Determinanten	109
6. Matrizenoperationen	110
6.1 Definitionen	110
6.2 Transponierte Matrix A'	111
6.3 Gleichheit zweier Matrizen A und B	111
6.4 Matrizenaddition und -subtraktion	112
6.5 Skalarmultiplikation	112
6.6 Matrizenmultiplikation	112
6.7 Inverse Matrix	114
6.8 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	114
V. Statistische Tabellen	115
1. Fakultäten $n!$	115
2. Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$	116
3. Zufallszahlen	118

4. Binomialverteilung	120
4.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung	120
4.2 Verteilungsfunktion	128
5. Poissonverteilung	
5.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung	136
5.2 Verteilungsfunktion	138
6. Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung	140
6.1 Flächen unter der standardisierten Normalverteilung von $-\infty$ bis $+z$	140
6.2 Flächen unter der standardisierten Normalverteilung von $-\infty$ bis $-z$	142
6.3 Flächen unter der standardisierten Normalverteilung von 0 bis $+z$	144
6.6 Flächen unter der standardisierten Normalverteilung von $-z$ bis $+z$ (Symmetrische Intervalle)	146
7. Kritische Werte der t-Verteilung (Studentverteilung)	148
7.1 Verteilungsfunktion	148
7.2 Symmetrische Intervalle	150
8. Kritische Werte der Chi-Quadrat-Verteilung	152
9. Kritische Werte der F-Verteilung	156
9.1 Kritische Werte für $\alpha=0,05$	156
9.2 Kritische Werte für $\alpha=0,01$	161
VI. Deutsche, englische und französische Fachausdrücke	166
VII. Symbolverzeichnis	175
VIII. Literaturverzeichnis	179