

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einführung</b>	1
1.1 Problemstellung und Beispiele	1
1.2 Abgrenzung	10
1.3 Klassifikation	12
<b>2. Optimalitätsbedingungen</b>	15
2.1 Theoretische Grundlagen	15
2.1.1 Konvexe Mengen	15
2.1.2 Konvexe Funktionen	22
2.1.3 Projektionssatz	28
2.1.4 Trennungssätze	32
2.1.5 Farkas–Lemma	37
2.2 Optimalitätskriterien	40
2.2.1 Tangentialkegel	41
2.2.2 Nichtlineare Restriktionen	48
2.2.3 Lineare Restriktionen	54
2.2.4 Konvexe Probleme	56
2.2.5 Fritz John–Bedingungen	61
2.2.6 Bedingungen zweiter Ordnung	64
Aufgaben	69
<b>3. Lineare Programme</b>	77
3.1 Theoretische Grundlagen	77
3.1.1 Polyeder und Ecken	77
3.1.2 Dualität und Optimalität	86
3.1.3 Eine Fehlerschranke von Hoffman	91
3.2 Der Simplex Schritt	96
3.3 Das Simplex–Verfahren	103
3.4 Mehr zum Simplex–Verfahren	107
3.4.1 Vermeidung von Zyklen	107
3.4.2 Start des Verfahrens	111
3.4.3 Aufdatierungstechniken	115
3.4.4 Zur Komplexität des Simplex–Verfahrens	119
Aufgaben	120

<b>4.</b>	<b>Innere–Punkte–Methoden . . . . .</b>	129
4.1	Grundlagen . . . . .	129
4.1.1	Der zentrale Pfad . . . . .	129
4.1.2	Grundzüge der Inneren–Punkte–Verfahren . . . . .	134
4.2	Pfad–Verfolgungs–Verfahren . . . . .	141
4.2.1	Ein zulässiges Verfahren . . . . .	142
4.2.2	Ein unzulässiges Verfahren . . . . .	148
4.3	Semi–Definite Programme . . . . .	160
4.3.1	Einführung in Semi–Definite Programme . . . . .	160
4.3.2	Innere–Punkte–Methoden für Semi–Definite Programme	166
4.4	Glättungsverfahren . . . . .	175
4.4.1	Glättungsfunktionen . . . . .	175
4.4.2	Globale Konvergenz eines Glättungsverfahrens . . . . .	181
	Aufgaben . . . . .	187
<b>5.</b>	<b>Nichtlineare Optimierung . . . . .</b>	197
5.1	Quadratische Programme . . . . .	197
5.1.1	Probleme mit Gleichheitsrestriktionen . . . . .	197
5.1.2	Strategie der aktiven Menge für Ungleichungen . . . . .	199
5.2	Penalty– und Barriere–Methoden . . . . .	206
5.2.1	Penalty–Methoden . . . . .	206
5.2.2	Barriere–Methoden . . . . .	213
5.3	Exakte Penalty–Funktionen . . . . .	215
5.3.1	Eine Klasse nichtdifferenzierbarer Penalty–Funktionen	215
5.3.2	Exaktheit bei konvexen Problemen . . . . .	220
5.3.3	Exaktheit bei nichtlinearen Restriktionen . . . . .	222
5.3.4	Exaktheit bei linearen Restriktionen . . . . .	225
5.4	Multiplikativer–Penalty–Methoden . . . . .	228
5.4.1	Gleichheitsrestriktionsprobleme . . . . .	228
5.4.2	Behandlung von Ungleichungen . . . . .	231
5.5	SQP–Verfahren . . . . .	234
5.5.1	Newton–Verfahren für nichtlineare Gleichungen . . . . .	234
5.5.2	Lagrange–Newton–Iteration . . . . .	239
5.5.3	Das lokale SQP–Verfahren . . . . .	243
5.5.4	Globalisierung von SQP–Verfahren . . . . .	249
5.5.5	Zur Wahl der Matrizen $H_k$ . . . . .	256
5.5.6	Der Maratos Effekt . . . . .	258
5.5.7	Ein modifiziertes SQP–Verfahren . . . . .	263
5.5.8	Globale Konvergenz des modifizierten SQP–Verfahrens	274
5.6	Reduktionsmethoden . . . . .	278
5.6.1	Reduktion bei linearen Gleichheitsrestriktionen . . . . .	279
5.6.2	Ein reduziertes Quasi–Newton Verfahren . . . . .	281
5.7	Verfahren der zulässigen Richtungen . . . . .	285
5.7.1	Die Verfahren von Zoutendijk . . . . .	285
5.7.2	Ein modifiziertes Verfahren von Topkins und Veinott .	289

5.8	Projektionsverfahren .....	294
5.8.1	Primale Optimalitätsbedingungen .....	294
5.8.2	Projektionsverfahren als Fixpunktiteration .....	296
	Aufgaben .....	302
<b>6.</b>	<b>Nichtglatte Optimierung .....</b>	<b>311</b>
6.1	Motivation .....	311
6.2	Lagrange-Dualität .....	314
6.2.1	Das duale Problem, schwache Dualität .....	315
6.2.2	Starke Dualität .....	321
6.3	Das konvexe Subdifferential .....	326
6.3.1	Das Subdifferential für reellwertige Funktionen .....	326
6.3.2	Das Subdifferential für erweiterte Funktionen .....	339
6.4	Regularisierungsverfahren .....	348
6.4.1	Moreau–Yosida–Regularisierung .....	349
6.4.2	Proximal–Punkt–Verfahren .....	356
6.4.3	Tikhonov–Regularisierung .....	362
6.5	Grundlegende Methoden für nichtglatte Probleme .....	365
6.5.1	Die Subgradientenmethode .....	366
6.5.2	Schnittebenenmethoden .....	370
6.6	Das $\varepsilon$ -Subdifferential .....	375
6.6.1	Konzept und Eigenschaften des $\varepsilon$ -Subdifferentials ..	375
6.6.2	Ein Modell–Algorithmus .....	380
6.7	Bundle–Verfahren .....	385
6.7.1	Innere Approximationen des $\varepsilon$ -Subdifferentials .....	386
6.7.2	Ein implementierbares Bundle–Verfahren .....	391
6.7.3	Globale Konvergenz .....	394
	Aufgaben .....	402
<b>7.</b>	<b>Variationsungleichungen .....</b>	<b>411</b>
7.1	Grundlagen .....	411
7.1.1	Definition und Beispiele .....	411
7.1.2	Monotone Funktionen .....	416
7.1.3	Existenz und Eindeutigkeitssätze .....	421
7.1.4	Verallgemeinerte KKT Bedingungen .....	425
7.2	Fixpunktverfahren .....	428
7.2.1	Ein einfaches Fixpunktverfahren .....	429
7.2.2	Das Extragradientenverfahren .....	432
7.2.3	Ein modifiziertes Extragradientenverfahren .....	436
7.3	Gap–Funktionen .....	443
7.3.1	Die (regularisierte) Gap–Funktion .....	443
7.3.2	Die D–Gap–Funktion .....	448
7.4	Josephy–Newton–Verfahren .....	452
7.4.1	Das lokale Josephy–Newton–Verfahren .....	452
7.4.2	Eine Globalisierung des Josephy–Newton–Verfahrens ..	455

7.5 Nichtglatte Newton–Verfahren .....	458
7.5.1 Herleitung des Verfahrens .....	458
7.5.2 Globale Konvergenz .....	462
Aufgaben .....	466
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>473</b>
<b>Sachverzeichnis .....</b>	<b>483</b>