

# Inhalt

---

## Teil A Grundlagen

---

<b>1</b>	<b>Überblick über verschiedene Strömungen und ihre physikalischen Merkmale</b>	<b>3</b>
1.1	Vorüberlegungen	3
1.1.1	Gegenstand der Strömungsmechanik	3
1.1.2	Strömungsmechanik als Kontinuumstheorie	3
1.2	Verschiedene Aspekte zur Charakterisierung von Strömungen	5
1.2.1	Aspekte des Strömungsverhaltens	5
1.2.2	Aspekte des Fluidverhaltens	8
	<i>Anmerkung 1.1: Teilgebiete der Strömungsmechanik</i>	10
<b>2</b>	<b>Physikalisch/mathematische Modellbildung in der Strömungsmechanik</b>	<b>13</b>
2.1	Vorüberlegungen	13
2.2	Bildung physikalisch/mathematischer Modelle	14
2.3	Dimensionsanalyse	16
2.3.1	Vorbemerkung	16
2.3.2	Das Pi-Theorem	17
2.3.3	Modellbildung durch Aufstellen der Relevanzliste	21
	<i>Anmerkung 2.1: Vorteil dimensionsloser Darstellung</i>	23
2.3.4	Kennzahlen und Modell-Theorie	23
<b>3</b>	<b>Spezielle Phänomene</b>	<b>27</b>
3.1	Haftbedingung/Grenzschichten	27
	<i>Anmerkung 3.1: Physikalisch/mathematische Modelle ohne Haftbedingung</i>	30
3.2	Strömungsablösung	30

3.2.1	Stromlinien . . . . .	30
3.2.2	Stromlinienverlauf bei Strömungsablösung . . . . .	31
3.3	Turbulenz . . . . .	32
3.3.1	Entstehung turbulenter Strömungen (Transition) . . . . .	32
3.3.2	Erscheinungsbild turbulenter Strömungen . . . . .	32
	<i>Anmerkung 3.2: Charakteristische Zeiten turbulenter Strömungen</i> . . . . .	35
3.3.3	Eigenschaften turbulenter Strömungen . . . . .	35
3.4	Drehung und Zirkulation . . . . .	36
3.4.1	Vorbemerkung . . . . .	36
3.4.2	Drehung . . . . .	37
	<i>Anmerkung 3.3: Definition der Drehung in einer allgemeinen dreidimensionalen Strömung</i> . . . . .	38
3.4.3	Zirkulation . . . . .	39
3.5	Kompressibilität und Druckwellen . . . . .	39
3.5.1	Vorbemerkungen . . . . .	39
3.5.2	Ausbreitung von schwachen Druckwellen, Schallgeschwindigkeit . . . . .	41
3.5.3	Ausbreitung von starken Druckwellen, Verdichtungsstöße, Verdünnungswellen . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Grundgleichungen der Strömungsmechanik . . . . .</b>	<b>47</b>
4.1	Erhaltungsgrößen, Bilanzgleichungen . . . . .	47
	<i>Anmerkung 4.1: Bilanzen in bezug auf endliche Kontrollräume</i> . . . . .	48
	<i>Anmerkung 4.2: Relativistische Mechanik</i> . . . . .	48
4.2	Teilchenfeste/ortsfeste Betrachtungsweise . . . . .	48
4.3	Übergang von der teilchenfesten auf die ortsfeste Betrachtungsweise . . . . .	49
4.4	Allgemeine Bilanzgleichungen, dimensionsbehaftet . . . . .	51
4.5	Erläuterungen zu den allgemeinen Bilanzgleichungen . . . . .	52
4.5.1	Erläuterungen zur Kontinuitätsgleichung ( $K^*$ ) . . . . .	52
	<i>Anmerkung 4.3: Bilanzgleichungen in konservativer Form; Interpretation der Kontinuitätsgleichung in der Eulerschen (ortsfesten) Betrachtungsweise</i> . . . . .	54
	<i>Anmerkung 4.4: Spezialfälle der allgemeinen Kontinuitätsgleichung</i> . . . . .	56

4.5.2	Erläuterungen zu den Impulsgleichungen ( $XI^*$ ), ( $YI^*$ ) und ( $ZI^*$ ) . . . . .	56
	<i>Anmerkung 4.5: Druck in strömenden Fluiden, Stokessche Hypothese, mechanischer Druck, modifizierter Druck</i>	58
4.5.3	Erläuterungen zu den Energiegleichungen ( $E^*$ ), ( $ME^*$ ) und ( $TE^*$ ) . . . . .	59
	<i>Anmerkung 4.6: Potentielle Energie als Teil der Gesamtenergie bzw. -enthalpie . . . . .</i>	61
4.6	Spezielle konstitutive Gleichungen, dimensionsbehaftet . . . . .	61
4.6.1	Konstitutive Gleichungen für $\tau_{ij}^*$ in den Impulsgleichungen / Newtonsche Fluide . . . . .	62
4.6.2	Konstitutive Gleichungen für $q_i^*$ in den Energiegleichungen / Fouriersches Wärmeleitungsverhalten . . . . .	64
4.7	Navier-Stokes-Gleichungen, dimensionsbehaftet . . . . .	65
4.8	Entdimensionierung der Grundgleichungen . . . . .	68
	<i>Anmerkung 4.7: Index-Schreibweise der Grundgleichungen, hier: Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .</i>	70
	<i>Anmerkung 4.8: Vektor-Schreibweise der Grundgleichungen, hier: Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .</i>	72
	<i>Anmerkung 4.9: Wirbeltransportgleichung als spezielle Form der Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .</i>	73
	<i>Anmerkung 4.10: Einführung einer Stromfunktion . . . . .</i>	75
	<i>Anmerkung 4.11: Bilanzen in endlichen Kontrollräumen . . . . .</i>	76
	<i>Anmerkung 4.12: Impulsmomentengleichungen als weitere Bilanzgleichungen . . . . .</i>	78
	<i>Anmerkung 4.13: Natürliche Konvektionsströmungen . . . . .</i>	78
<b>5</b>	<b>Das Turbulenzproblem . . . . .</b>	<b>81</b>
5.1	Der Energiehaushalt turbulenter Strömungen . . . . .	81
	<i>Anmerkung 5.1: Kaskadenprozeß in „Gedichtform“ . . . . .</i>	84
	<i>Anmerkung 5.2: Korrelationen zwischen zwei turbulenten Schwankungsgrößen . . . . .</i>	84
5.2	Direkte numerische Simulation (DNS) . . . . .	86
5.3	Grundgleichungen für zeitgemittelte Größen . . . . .	89
5.3.1	Zeitmittelung der Strömungsgrößen . . . . .	89

5.3.2	Zeitmittelung der Grundgleichungen (RANS)	91
	<i>Anmerkung 5.3: Die Kontinuitätsgleichung bei konventioneller Mittelung</i>	94
5.3.3	Allgemeine Grundgleichungen für die zeitgemittelten Strömungsgrößen/spezielle konstitutive Gleichungen	94
5.4	Turbulenzmodellierung	100
	<i>Anmerkung 5.4: Modellierung weiterer turbulenter Zusatzterme</i>	107
5.4.1	Turbulenzmodelle I: Wirbelviskositäts-Modelle	107
5.4.2	Turbulenzmodelle II: Reynolds-Spannungs-Modelle	113
	<i>Anmerkung 5.5: „Zweite Momente“</i>	115
	<i>Anmerkung 5.6: Schließung durch zusätzliche Gleichungen</i>	115
	<i>Anmerkung 5.7: Homogene Turbulenz</i>	116
	<i>Anmerkung 5.8: Isotrope Turbulenz</i>	116
	<i>Anmerkung 5.9: Modellierung der Reynoldsschen Wärmestromdichte <math>\lambda_t^*</math></i>	117
	<i>Anmerkung 5.10: Grobstruktur-Simulation (LES)</i>	118
	<i>Anmerkung 5.11: Entstehung der Turbulenz/Strömungsstabilität bzw. -instabilität</i>	118

## Teil B Die physikalisch/mathematische Modellierung spezieller Strömungen

### B1 Eindimensionale Näherung

6	<b>Stromfadentheorie bei endlichen Querschnitten für inkompressible Strömungen</b>	<b>125</b>
6.1	Stromfaden, Stromröhre	125
6.2	Mechanische Energiegleichung	125
6.2.1	Bernoulli-Gleichung	125
	<i>Anmerkung 6.1: Hydrostatisches Grundgesetz als Grenzfall der Bernoulli-Gleichung für <math>u_{s,i}^* = 0</math> / Kräfte auf feste Wände</i>	129

Anmerkung 6.2:	Druckverteilung in gleichförmig rotierenden Fluiden	133
Anmerkung 6.3:	Auswertung der Bernoulli-Gleichung bei endlichen Querschnitten	133
Anmerkung 6.4:	Instationäre Bernoulli-Gleichung	134
6.2.2	Erweiterte Bernoulli-Gleichung	135
Anmerkung 6.5:	Andere Formen der (erweiterten) Bernoulli-Gleichung	139
Anmerkung 6.6:	Dynamischer Druck, Gesamtdruck	140
6.3	Thermische Energiegleichung	142
Anmerkung 6.7:	Gesamt-Energiegleichung der Stromfadentheorie	143
6.4	Impulsgleichungen	143
<b>7</b>	<b>Stromfadentheorie bei endlichen Querschnitten für kompressible Strömungen</b>	<b>153</b>
7.1	Vorbemerkung	153
7.2	Grundgleichungen für isentrope Strömungen	153
7.3	Besondere Entdimensionierung des Gleichungssystems; Erzeugung von Überschallströmungen in einer Stromröhre	155
7.4	Berechnung der kompressiblen isentropen Strömung durch eine Stromröhre	161
Anmerkung 7.1:	Die inkompressible Strömung als Grenzfall der kompressiblen Strömung	164
7.5	Senkrechter Verdichtungsstoß	166
Anmerkung 7.2:	Schiefer Verdichtungsstoß	171

---

## B2 Zweidimensionale Näherung

---

<b>8</b>	<b>Reibungsfreie Umströmungen</b>	<b>177</b>
8.1	Euler-Gleichungen	177
8.2	Potentialströmungen	180
8.2.1	Vorbemerkung	180
8.2.2	Drehungsfreie Strömungen (Potentialströmungen)	181

<i>Anmerkung 8.1: Konstante Drehung bzw. Drehungsfreiheit als Bedingung für eine reibungsfreie Strömung</i>	182
8.2.3 Direkte Lösungen für Potentialströmungen	183
8.2.4 Indirekte Lösungen für Potentialströmungen	184
8.2.5 Singularitätenmethoden	189
<b>9 Reibungsbehaftete Umströmungen</b>	<b>191</b>
9.1 Vorbemerkung	191
9.2 Die Entstehung und Physik von Strömungsgrenzschichten	192
9.3 Die Grenzschichttheorie als asymptotische Theorie für $Re \rightarrow \infty$	197
9.4 Grenzschichttheorie für laminare Strömungen	199
9.4.1 Grenzschichteffekt: Widerstand	208
9.4.2 Grenzschicht-Effekt: Verdrängung	214
<i>Anmerkung 9.1: Selbstähnliche Grenzschichten (laminar)</i>	216
<i>Anmerkung 9.2: Grenzschichtablösung (laminar)</i>	217
9.5 Grenzschichttheorie für turbulente Strömungen	219
9.5.1 Die Entstehung und Physik der Wandschicht	222
9.5.2 Der Übergang in den vollturbulenten Bereich	228
<i>Anmerkung 9.3: Logarithmisches „Wand“gesetz als asymptotische Anpassungsbedingung</i>	232
9.5.3 Der vollturbulente Bereich (Defekt-Schicht)	233
<i>Anmerkung 9.4: Indirekte Turbulenzmodellierung zur Bestimmung des Geschwindigkeits-Defektes</i>	235
9.5.4 Ergebnisse für turbulente Grenzschichten	236
<i>Anmerkung 9.5: Grenzschichtablösung (turbulent)</i>	244
<i>Anmerkung 9.6: Turbulenzgrad der Außenströmung</i>	245
<i>Anmerkung 9.7: Temperaturgrenzschichten</i>	246
<i>Anmerkung 9.8: Der Transitionsprozeß bei ebenen Grenzschichten/ Strömungsstabilität bzw. -instabilität</i>	246
<b>10 Durchströmungen</b>	<b>249</b>
10.1 Ausgebildete Durchströmungen	249
10.1.1 Das Konzept des hydraulischen Durchmessers	250
10.1.2 Laminare Strömungen im ebenen Kanal	253

<i>Anmerkung 10.1: Ausgebildete laminare Strömung im Rohr (Kreisquerschnitt)</i>	258
10.1.3 Turbulente Strömungen im ebenen Kanal	258
<i>Anmerkung 10.2: Ausgebildete turbulente Strömung im Rohr (Kreisquerschnitt)</i>	263
10.2 Nichtausgebildete Durchströmungen	263
10.2.1 Laminare Einlaufströmungen im ebenen Kanal	266
<i>Anmerkung 10.3: Laminare Einlaufströmungen im Rohr (Kreisquerschnitt)</i>	267
10.2.2 Turbulente Einlaufströmungen	267
<i>Anmerkung 10.4: Kräfte- und Energiebilanzen bei Durchströmungen</i>	269

### B3 Dreidimensionale Näherung

<b>11 Vereinfachte Gleichungen für dreidimensionale Strömungen</b>	<b>273</b>
11.1 Dreidimensionale Körperumströmungen	273
11.1.1 Reibungsfreie Umströmungen und Potentialströmungen	273
<i>Anmerkung 11.1: Das d'Alembertsche Paradoxon bei räumlichen Strömungen</i>	276
11.1.2 Strömungsgrenzschichten	277
11.2 Dreidimensionale Durchströmungen	288
11.2.1 Vorbemerkung	288
11.2.2 Parabolisierte, teilparabolisierte Navier-Stokes-Gleichungen	288
<b>12 Spezielle Aspekte bei der numerischen Lösung komplexer Strömungsprobleme</b>	<b>291</b>
12.1 Numerische Lösung dimensionsloser Gleichungen	291
12.1.1 Bestimmung dimensionsloser Ergebnisse aus dimensionsbehafteten Gleichungen	293
12.1.2 Bestimmung weiterer dimensionsbehafteter Ergebnisse aus einer dimensionsbehafteten Lösung	297

12.2 Numerische Lösungen bei turbulenten Strömungen . . . . .	299
12.3 Numerische Lösungen kritisch gesehen . . . . .	304

---

## **Teil C Übungsaufgaben**

---

<b>Aufgaben . . . . .</b>	<b>311</b>
<b>Lösungswege und -Hinweise zu den Aufgaben . . . . .</b>	<b>329</b>

---

<b>Anhang 1 Vektoroperatoren und ihre Bedeutung in kartesischen Koordinaten . . . . .</b>	<b>355</b>
<b>Anhang 2 Andere Koordinatensysteme/Grundgleichungen in Zylinderkoordinaten . . . . .</b>	<b>357</b>
<b>Häufig verwendete Indizes und Kennungen . . . . .</b>	<b>361</b>
<b>Symbole und Formelzeichen . . . . .</b>	<b>363</b>
<b>Literatur . . . . .</b>	<b>369</b>
<b>Index . . . . .</b>	<b>371</b>