

Inhaltsverzeichnis

1	Logik und Mengen	23
1.1	Aussagenlogik	23
1.1.1	Allgemeines	23
1.1.2	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	24
1.1.3	BOOLE-Verband, BOOLEsche Algebra	27
1.1.4	Normalformen	29
1.1.5	KARNAUGH-Verfahren	31
1.2	Prädikatenlogik	32
1.3	Unschärfe Mengen	34
1.4	Mengen	37
1.4.1	Allgemeines	37
1.4.2	Mengenrelationen	39
1.4.3	Mengenoperationen	40
1.4.4	Beziehungen, Gesetze, Rechenregeln bei Mengen	41
1.4.5	Relationen	43
1.4.6	Intervalle	45
1.4.7	Polyadische Zahlensysteme	46
1.4.8	Römisches Zahlensystem	49
2	Arithmetik	51
2.1	Menge der reellen Zahlen	51
2.1.1	Allgemeines	51
2.1.2	Grundoperationen an reellen Zahlen	54
2.1.2.1	Die vier Grundrechenarten	54
2.1.2.2	Proportionen, Verhältnisgleichungen	58
2.1.2.3	Prozentrechnung	59
2.1.2.4	Näherung	60
2.1.2.5	Fehlerrechnung	60
2.1.2.6	Betrag, Signum	62
2.1.2.7	Summen- und Produktzeichen	63
2.1.3	Potenzen und Wurzeln	65
2.1.4	Logarithmen	67
2.1.4.1	Allgemeines	67
2.1.4.2	Logarithmengesetze	68

2.1.4.3	Logarithmensysteme	68
2.1.5	Binomischer Lehrsatz	70
2.2	Menge der komplexen Zahlen.	73
2.2.1	Allgemeines	73
2.2.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	75
2.2.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	76
2.2.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	78
2.2.5	Natürliche Logarithmen komplexer Zahlen	80
2.3	Kombinatorik.	82
2.3.1	Permutationen (Umordnungen)	82
2.3.2	Variationen	84
2.3.3	Kombinationen	85
2.4	Folgen	87
2.4.1	Allgemeines	87
2.4.2	Schranken, Grenzen, Grenzwert einer Folge.	88
2.4.3	Arithmetische und geometrische Folgen.	91
2.4.4	Sprunghaftes Wachstum, Zins- und Zinseszinsrechnung, Rentenrechnung	94
2.4.4.1	Zinsrechnung	95
2.4.4.2	Zinseszinsrechnung	96
2.4.4.3	Rentenrechnung	97
2.4.4.4	Tilgung einer Schuld, Annuität	98
3	Algebra (Gleichungen)	100
3.1	Allgemeines.	100
3.2	Lineare algebraische Gleichungen.	104
3.2.1	Lineare Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen	104
3.2.2	Lineare Gleichungen/Ungleichungen mit mehreren Variablen	106
3.3	Nichtlineare Gleichungen	109
3.3.1	Nichtlineare algebraische Gleichungen.	110
3.3.1.1	Quadratische Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen	110
3.3.1.2	Quadratisches Gleichungssystem mit zwei Varia- blen	111
3.3.1.3	Kubische Gleichungen	113
3.3.1.4	Gleichungen 4. Grades	114
3.3.1.5	Symmetrische Gleichungen.	115

3.3.1.6	Algebraische Gleichungen n -ten Grades	116
3.3.1.7	HORNERsches Schema (HORNER-Schema).	117
3.3.1.8	Wurzelgleichungen mit einer Variablen	120
3.3.2	Transzendente Gleichungen	120
3.3.2.1	Exponentialgleichungen	120
3.3.2.2	Logarithmische Gleichungen	121
3.3.2.3	Goniometrische Gleichungen.	122
3.3.2.4	Betragsgleichungen, Betragsungleichungen	123
3.4	Numerische Verfahren	124
3.4.1	Verfahren von MULLER für Polynome	124
3.4.2	Fixpunktiteration	127
3.4.3	NEWTONsches (Tangenten-) Näherungsverfahren	130
3.4.4	Sekantenmethode (Regula falsi)	131
3.4.5	Einschlussverfahren.	132
3.5	Nichtlineare Gleichungssysteme	134
3.5.1	Allgemeines.	134
3.5.2	Verfahren der sukzessiven Approximation.	135
3.5.3	Quadratisch konvergentes NEWTON-Verfahren	136
3.6	Graphische Lösung von Gleichungen	138
4	Elementare (klassische) Geometrie	139
4.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	139
4.1.1	Winkel	139
4.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz, Symmetrie	141
4.1.3	Dreieck	145
4.1.3.1	Schiefwinkliges Dreieck	145
4.1.3.2	Gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck	151
4.1.3.3	Rechtwinkliges Dreieck	151
4.1.4	Vierecke.	153
4.1.4.1	Trapez.	154
4.1.4.2	Parallelogramme	154
4.1.4.3	Unregelmäßige Vierecke mit Umkreis bzw. Inkreis	155
4.1.5	Vielecke.	156
4.1.5.1	Einfache, ebene n -Ecke.	156
4.1.5.2	Regelmäßige Vielecke	156
4.1.5.3	Einige bestimmte regelmäßige Vielecke	157
4.1.5.4	Konstruktion der einfachen regelmäßigen Vielecke	158
4.1.6	Der Kreis	159

4.1.6.1	Sätze zum Kreis	159
4.1.6.2	Kreisberechnungen	161
4.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	162
4.2.1	Allgemeines	162
4.2.2	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfache)	164
4.2.2.1	Prismatische Körper	164
4.2.2.2	Pyramide, Pyramidenstumpf	166
4.2.2.3	Prismoide	167
4.2.2.4	Die fünf regelmäßigen Polyeder (PLATONische Körper)	168
4.2.3	Krummflächig begrenzte Körper	169
4.2.3.1	Zylinder, Zylinderabschnitt	169
4.2.3.2	Kegel, Kegelsumpf	171
4.2.3.3	Kugel	172
4.2.3.4	Tonne, Torus	174
4.2.3.5	Fraktale Geometrie	175
4.3	Sphärische Trigonometrie	176
4.3.1	Allgemeines	176
4.3.2	Rechtwinkliges sphärisches Dreieck	178
4.3.3	Schiefwinkliges sphärisches Dreieck	178
4.3.4	Grundaufgaben zur Berechnung sphärischer Dreiecke	181
4.3.5	Mathematische Geographie	182
5	Lineare Algebra	184
5.1	Vektorraum	184
5.2	Matrizen	188
5.2.1	Matrizenarten, Definitionen	188
5.2.1.1	Allgemeines	188
5.2.1.2	Quadratische Matrizen	190
5.2.1.3	Inverse Matrix, Inverse, (Um-) Kehrmatrix A^{-1}	196
5.2.1.4	Rang einer Matrix	197
5.2.1.5	Matrizennormen	198
5.2.1.6	Grenzwert, Differenzialquotient, Integral	199
5.2.2	Matrizengesetze	199
5.2.2.1	Gleichheit und Summe zweier Matrizen	199
5.2.2.2	Multiplikation von Matrizen	199

5.2.3	Matrizengleichungen	202
5.2.4	Eigenwerte, Eigenvektoren quadratischer Matrizen .	203
5.2.5	Numerische Verfahren	206
5.2.5.1	HOUSEHOLDER-Orthogonalisierung (-Transformation).	206
5.2.5.2	QR-Verfahren.	207
5.2.5.3	Vektoriteration (Potenzmethode, v. MISES- Verfahren)	208
5.3	Determinanten	209
5.3.1	Determinante einer quadratischen Matrix	209
5.3.2	Berechnung von Determinanten	210
5.3.3	Rechenregeln für Determinanten	211
5.3.4	Praktische Berechnung einer Determinante	213
5.4	Lineare Gleichungssysteme	214
5.4.1	Allgemeines.	214
5.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme.	214
5.4.3	Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme . .	217
5.4.3.1	Einfacher und verketteter GAUSSscher Algorithmus .	217
5.4.3.2	GAUSSscher Algorithmus für Systeme mit gleicher Matrix A und m rechten Seiten	221
5.4.3.3	GAUSS-JORDAN-Verfahren zur Matrixinversion . . .	222
5.4.3.4	GAUSSscher Algorithmus für symmetrische positiv definite Koeffizientenmatrix, CHOLESKY-Verfahren.	223
5.4.3.5	Gleichungssysteme mit symmetrischer, tridiagonaler, positiv definiter Matrix	224
5.4.3.6	GAUSS-SEIDELsches Iterationsverfahren	225
5.4.3.7	Austauschverfahren.	228
5.4.4	CRAMERSche Regel.	229
5.4.5	Überbestimmte lineare Gleichungssysteme	230
5.5	Lineare Optimierung	231
5.5.1	Allgemeines.	231
5.5.2	Graphische Lösung für zwei Variable	234
5.4.3	Simplexalgorithmus.	235
5.6	Abbildungen	239
5.6.1	Lineare Abbildungen	239
5.6.2	Affine Abbildungen.	242
5.6.2.1	Allgemeines.	242
5.6.2.2	Allgemeine, nicht winkeltreue affine Abbildung. . .	247

5.6.2.3	Ähnlichkeitsabbildungen	250
5.6.2.4	Kongruenzabbildungen	251
5.7	Koordinatentransformation	255
5.7.1	Allgemeines.	255
5.7.2	Orthogonale Koordinatentransformation in der Ebene.	255
5.7.3	Orthogonale Koordinatentransformation im Raum.	257
6	Vektoren, Analytische Geometrie	260
6.1	Vektoren, Grundlagen	260
6.2	Vektoralgebra	265
6.2.1	Addition und Subtraktion von Vektoren	265
6.2.2	Multiplikation von Vektoren	267
6.2.2.1	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar.	267
6.2.2.2	Skalarprodukt (inneres Produkt, Punktprodukt)	268
6.2.2.3	Vektorprodukt (äußeres Produkt, Kreuzprodukt).	270
6.2.2.4	Mehrfache Produkte von Vektoren	271
6.3	Koordinatensysteme.	273
6.3.1	Allgemeines.	273
6.3.2	Ebene (2D-)Koordinatensysteme	273
6.3.3	Räumliche (3D-)Koordinatensysteme	275
6.4	Punkte, Kurven 1. Ordnung	277
6.4.1	Punkte.	278
6.4.2	Gerade, Strahl, Strecke,	279
6.4.2.1	Punktmengen, Teilung einer Strecke	279
6.4.2.2	Gleichungen einer Geraden in der (x, y) -Ebene	281
6.4.2.3	Gleichungen einer Geraden im Raum	284
6.4.2.4	Abstand eines Punktes von einer Geraden	287
6.4.3	Mehrere Geraden	288
6.4.3.1	Schnittpunkt zweier Geraden	288
6.4.3.2	Schnittwinkel zweier Geraden	290
6.4.3.3	Abstand zweier Geraden	292
6.4.3.4	Drei und mehr Geraden	293
6.5	Ebenen	294
6.5.1	Eine Ebene	295
6.5.1.1	Gleichungen einer Ebene im Raum.	295
6.5.1.2	Richtungskosinus der Normalen einer Ebene	299
6.5.1.3	Abstand eines Punktes P_1 von einer Ebene	299

6.5.1.4	Durchstoßpunkt D einer Geraden durch eine Ebene .	301
6.5.1.5	Winkel φ zwischen einer Geraden und einer Ebene .	302
6.5.2	Zwei Ebenen	302
6.5.3	Drei und mehr Ebenen	304
6.5.4	Flächeninhalt, Schwerpunkt, Volumen	304
6.6	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	306
6.6.1	Allgemeines.	306
6.6.2	Kreis	308
6.6.2.1	Gleichungen des Kreises	308
6.6.2.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einem Kreis	310
6.6.2.3	Tangente und Normale eines Kreises.	311
6.6.2.4	Polare eines Punktes in Bezug auf einen Kreis. . . .	311
6.6.2.5	Potenz p in Bezug auf einen Kreis	312
6.6.2.6	Kreisbüschel	313
6.6.3	Ellipse.	313
6.6.3.1	Gleichungen der Ellipse	314
6.6.3.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ellipse. . . .	315
6.6.3.3	Tangente, Normale und Durchmesser einer Ellipse .	316
6.6.3.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Ellipse. . . .	318
6.6.3.5	Krümmung einer Ellipse	318
6.6.3.6	Haupt- und Nebenkreis einer Ellipse	319
6.6.3.7	Flächeninhalt und Umfang von Ellipse, Ellipsensegment und Ellipsensektor.	319
6.6.3.8	Ellipsenkonstruktionen	320
6.6.4	Parabel	321
6.6.4.1	Gleichungen der Parabel	322
6.6.4.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Parabel	324
6.6.4.3	Tangente und Normale einer Parabel.	324
6.6.4.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Parabel . . .	325
6.6.4.5	Krümmung einer Parabel	326
6.6.4.6	Parabelsegment, Parabelbogen, Brennstrahllänge . .	326
6.6.4.7	Parabelkonstruktionen	327
6.6.5	Hyperbel	328
6.6.5.1	Gleichungen der Hyperbel	329
6.6.5.2	Schnittpunkt einer Geraden mit einer Hyperbel . . .	331
6.6.5.3	Tangente und Normale einer Hyperbel.	332
6.6.5.4	Polare eines Punktes in Bezug auf eine Hyperbel . .	333

6.6.5.5	Krümmung einer Hyperbel	334
6.6.5.6	Hyperbelsegment und Hyperbelsektor	335
6.6.5.7	Hyperbelkonstruktionen	335
6.7	Flächen 2. Ordnung	337
6.7.1	Allgemeines.	337
6.7.2	Kugel	338
6.7.3	Ellipsoid.	339
6.7.4	Hyperboloid.	341
6.7.5	Kegel	343
6.7.6	Zylinder	343
6.7.7	Paraboloid.	345
6.8	Hauptachsentransformation	347
7	Funktionen	355
7.1	Allgemeines.	355
7.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen	355
7.1.2	Funktionen mit mehreren Variablen	359
7.2	Rationale Operationen mit Funktionen	361
7.3	Grenzwerte, Unbestimmte Ausdrücke	362
7.3.1	Grenzwert einer Funktion.	362
7.3.2	Unbestimmte Ausdrücke	365
7.4	Eigenschaften reeller Funktionen	367
7.4.1	Ausgewählte Eigenschaften von Funktionen	367
7.4.2	Nullstellen einer Funktion	369
7.4.3	Stetigkeit einer Funktion	370
7.5	Rationale Funktionen	372
7.5.1	Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)	372
7.5.1.1	Ganzrationale Funktion 1. Grades (lineare Funktion).	372
7.5.1.2	Ganzrationale Funktion 2. Grades (quadratische Funktion).	373
7.5.1.3	Ganzrationale Funktion 3. Grades (kubische Funktion).	373
7.5.2	Zerlegung von Funktionen in Linearfaktoren	373
7.5.3	Interpolation	374
7.5.3.1	Allgemeines.	374
7.5.3.2	Interpolationsformel von LAGRANGE	375

7.5.3.3	Interpolationsformel von NEWTON	376
7.5.3.4	Interpolationsformel von GREGORY-NEWTON	378
7.5.3.5	Interpolation durch kubische Polynomsplines	379
7.5.3.6	BEZIER-Splines	382
7.5.4	Gebrochenrationale Funktion	383
7.5.5	Potenzfunktion	384
7.5.6	Sonstige (elementare) Funktionen	386
7.6	Nichtrationale Funktionen	388
7.6.1	Wurzelfunktion	388
7.6.2	Exponentialfunktion	389
7.6.3	Logarithmische Funktion	392
7.6.4	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen	393
7.6.4.1	Allgemeines	393
7.6.4.2	Goniometrische Beziehungen	397
7.6.4.3	Allgemeine Sinusfunktion (harmonische Funktion)	401
7.6.4.4	Modulation	403
7.6.4.5	Überlagerung (Superposition) von Schwingungen	406
7.6.4.6	Multiplikation von Funktionen	408
7.6.4.7	Komplexe Zeigerdarstellung von Sinusgrößen	408
7.6.5	Zyklometrische Funktionen, Arkusfunktionen	410
7.6.6	Hyperbelfunktionen	414
7.6.7	Areafunktionen	419
7.7	Algebraische Kurven höherer Ordnung	422
7.7.1	Kurven 3. Ordnung	422
7.7.2	Kurven 4. Ordnung	424
7.8	Zykloiden (Rollkurven)	425
7.8.1	Gewöhnliche (gespitzte) Zykloide	425
7.8.2	Epizykloiden	426
7.8.3	Hypozykloiden	428
7.9	Spirallinien	430
7.9.1	Logarithmische Spirale	430
7.9.2	Archimedische Spirale	431
7.9.3	Hyperbolische Spirale	432
7.10	Sonstige Kurven	432
7.10.1	Kettenlinie	432
7.10.2	Traktrix (Schleppkurve)	433

7.11	Komplexe Funktionen	434
7.11.1	Allgemeines	434
7.11.2	Konforme Abbildungen	435
7.11.2.1	Lineare und quadratische konforme Abbildungen . .	435
7.11.2.2	Inversion (Stürzung)	437
8	Differenzialrechnung	441
8.1	Funktionen einer Variablen	441
8.1.1	Allgemeines	441
8.1.2	Erste Ableitungen der elementaren Funktionen . . .	443
8.1.3	Differenziationsregeln, Ableitungsregeln	445
8.1.3.1	Grundregeln	445
8.1.3.2	Höhere Ableitungen und Differenziale	447
8.1.3.3	Differenziation impliziter Funktionen $F(x, y) = 0$. .	448
8.1.3.4	Differenziation von Funktionen in Parameterform . .	449
8.1.3.5	Differenziation von Funktionen in Polarkoordinaten.	450
8.1.4	Graphische Differenziation	450
8.1.5	Numerische Differenziation	451
8.1.6	Logarithmische Differenziation	452
8.1.7	Mittelwertsätze	452
8.2	Funktionen mehrerer Variablen	453
8.2.1	Partielle Ableitung 1. Ordnung	453
8.2.2	Höhere partielle Ableitungen	454
8.2.3	Totale Ableitungen für zwei Variable	455
8.3	Anwendungen, Differenzialgeometrie	458
8.3.1	Ebene Kurven, eine unabhängige Variable	458
8.3.1.1	Bogenelement, Differenzial der Bogenlänge	458
8.3.1.2	Tangente und Normale	458
8.3.1.3	Zwei Kurven	460
8.3.1.4	Monotonie und Krümmungsverhalten einer Funktion.	461
8.3.1.5	Lokale Extrema von Funktionen	465
8.3.1.6	Besondere Punkte einer Kurve	469
8.3.1.7	Asymptoten	471
8.3.1.8	Einhüllende Kurven (Envelope).	472
8.3.1.9	Kurvendiskussion	472
8.3.2	Raumkurven, zwei unabhängige Variable	473
8.3.2.1	Darstellungen in kartesischen Koordinaten	473

8.3.2.2	Bogenelement einer Raumkurve	473
8.3.2.3	Tangente und Normale einer Raumkurve	474
8.3.2.4	Krümmung einer Raumkurve	478
8.3.2.5	Windung (Torsion)	479
8.3.3	Flächen im Raum	480
8.3.4	Extremstellen von Funktionen mit mehreren Variablen	487
9	Integralrechnung	490
9.1	Allgemeines	490
9.1.1	Unbestimmtes Integral	490
9.1.2	Bestimmtes Integral (RIEMANNsches Integral).	491
9.1.3	Uneigentliche Integrale	494
9.2	Grundintegrale, Stammintegrale.	496
9.3	Integrationsregeln und -verfahren	497
9.3.1	Grundregeln.	497
9.3.2	Integration durch Substitution	497
9.3.3	Partielle Integration (Produktintegration)	501
9.3.4	Integration nach Partialbruchzerlegung.	501
9.3.5	Integration nach Reihenentwicklung	505
9.3.6	Graphische Integration	506
9.4	Numerische Integration	507
9.4.1	Allgemeines.	507
9.4.2	NEWTON-COTES-Formeln	509
9.4.2.1	Rechteckformel	510
9.4.2.2	Sehnentrapezformel.	511
9.4.2.3	SIMPSONsche Formel, KEPLERsche Fassformel	512
9.4.2.4	NEWTONsche 3/8-Formel	513
9.4.2.5	Tangententrapezformel	514
9.4.3	GAUSSsches Quadraturverfahren	514
9.4.4	ROMBERG-Quadraturverfahren	515
9.5	Bereichsintegrale, Gebietsintegrale	518
9.5.1	Zweidimensionales Bereichsintegral, Doppelintegral	518
9.5.2	Raumintegral, Volumenintegral, Dreifachintegral	520
9.6	Anwendungen der Integralrechnung	522
9.6.1	Geometrische Anwendungen	522
9.6.1.1	Flächeninhalte (Quadratur)	522

9.6.1.2	Bogenlänge (Rektifikation)	525
9.6.1.3	Mantelflächen von Rotationskörpern	525
9.6.1.4	Volumen von Rotationskörpern (Kubatur)	526
9.6.1.5	Volumen eines Körpers	526
9.6.2	Technisch-physikalische Anwendungen	527
9.6.2.1	Bewegungen, Kinematik	527
9.6.2.2	Arbeit	528
9.6.2.3	Zeitlich veränderliche Ströme und Spannungen	528
9.6.2.4	Momente 1. Grades	528
9.6.2.5	Schwerpunkte	530
9.6.2.6	Momente 2. Grades (Festigkeitslehre)	532
9.6.2.7	Massenmomente 2. Grades (Dynamik)	534
10	Vektoranalysis	535
10.1	Vektorfunktion	535
10.2	Felder	536
10.3	Gradient eines skalaren Feldes	539
10.4	Divergenz eines Vektorfeldes	541
10.5	Rotation eines Vektorfeldes	543
10.6	Kurvenintegrale (Linienintegrale)	546
10.6.1	Kurvenintegral erster Art	546
10.6.2	Kurvenintegral zweiter Art	547
10.7	Flächenintegrale (Oberflächenintegrale)	552
10.7.1	Flächenintegral erster Art	552
10.7.2	Flächenintegral zweiter Art	553
10.8	Integralsätze	555
10.8.1	GAUSSscher Integralsatz	555
10.8.2	STOKESScher Integralsatz	557
11	Differenzialgleichungen	560
11.1	Allgemeines	560
11.1.1	Differenzialgleichungen, Arten	560
11.1.2	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	561
11.2	Differenzialgleichungen 1. Ordnung	567
11.2.1	Differenzialgleichung mit trennbaren Variablen	567
11.2.2	Gleichgradige Differenzialgleichung 1. Ordnung	568
11.2.3	Lineare Differenzialgleichungen 1. Ordnung	569
11.2.3.1	Homogene lineare Dgl. 1. Ordnung	570
11.2.3.2	Inhomogene lineare Dgl. 1. Ordnung	570

11.2.4	Totale Differenzialgleichung	572
11.2.5	Integrierender Faktor	573
11.2.6	BERNOULLISCHE Differenzialgleichung	575
11.2.7	RICCATISCHE Differenzialgleichung	575
11.2.8	CLAIRAUTSCHE Differenzialgleichung	576
11.3	Differenzialgleichungen 2. Ordnung.	577
11.3.1	Sonderfälle, Reduzierung der Ordnung.	577
11.3.2	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	579
11.3.3	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	580
11.3.4	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	581
11.3.5	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten	586
11.3.6	BESSELSche Differenzialgleichung	588
11.3.7	Anwendungsfall Schwingungen	590
11.4	Differenzialgleichungen n -ter Ordnung	593
11.5	Lineare Differenzialgleichungssysteme	597
11.6	Näherungslösungen für Differenzialgleichungen 1. Ordnung	599
11.6.1	Unbestimmte Koeffizienten	599
11.6.2	Sukzessive Approximation	601
11.7	Anfangswertprobleme.	602
11.7.1	Allgemeines.	602
11.7.2	Explizite Einschrittverfahren	605
11.7.2.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	605
11.7.2.2	HEUN-Verfahren	607
11.7.2.3	Klassisches Verfahren von RUNGE-KUTTA	607
11.7.2.4	Einbettungsformeln	608
11.7.3	Mehrschrittverfahren	608
11.7.3.1	Explizitverfahren von ADAMS-BASHFORTH	609
11.7.3.2	Prädiktor-Korrektor-Verfahren von ADAMS- MOULTON.	609
11.7.4	Extrapolationsverfahren von BULIRSCH-STOER- GRAGG	611
11.8	Randwertprobleme	612
11.8.1	Allgemeines.	612
11.8.2	Schießverfahren.	613

11.8.3	Direkte Differenzenapproximation	615
11.9	Partielle Differenzialgleichungen	617
11.9.1	Allgemeines.	617
11.9.2	Partielle Differenzialgleichung 1. Ordnung	617
11.9.3	Partielle Differenzialgleichung 2. Ordnung	620
12	Reihen, Fourier- und Laplace-Transformation	621
12.1	Unendliche Reihen	621
12.1.1	Unendliche Zahlenreihen	621
12.1.2	Summen einiger konvergenter Zahlenreihen	624
12.1.3	Potenzreihen	625
12.1.3.1	Allgemeines.	625
12.1.3.2	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	627
12.1.4	Numerische Berechnung von Reihen.	630
12.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter Reihen	632
12.1.6	Näherungsformeln	636
12.2	FOURIER-Reihen	637
12.2.1	FOURIER-Reihe einer periodischen, nichtsinsusförmigen Funktion	637
12.2.2	Numerische harmonische Analyse	643
12.2.3	Ausgewählte FOURIER-Reihen	644
12.3	FOURIER-Transformation	650
12.4	LAPLACE-Transformation.	653
12.4.1	Allgemeines.	653
12.4.2	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	655
12.4.3	Anwendungen der LAPLACE-Transformation	659
12.4.3.1	Lösung gewöhnlicher Differenzialgleichungen	659
12.4.3.2	Test linearer Übertragungsglieder	662
12.4.4	Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transformationen	665
13	Stochastik	670
13.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	670
13.1.1	Allgemeines.	670
13.1.2	Mittelwerte (Lagemaße)	673
13.1.3	Streuungsmaße	677
13.2	Fehlerfortpflanzung	680
13.3	Lineare Korrelation, lineare Regression, Ausgleichsrechnung	683
13.3.1	Methode der kleinsten Quadrate	683

13.3.2	Lineare Korrelation	685
13.3.3	Ausgleich durch eine Parabel	688
13.3.4	Ausgleichung mit Nebenbedingungen	688
13.4	Wahrscheinlichkeitsrechnung	689
13.4.1	Allgemeines	689
13.4.1.1	Ereignisalgebra	689
13.4.1.2	Definitionen der Wahrscheinlichkeit	692
13.4.1.3	Regeln und Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	694
13.4.1.4	Simulation von Zufallsversuchen	699
13.4.2	Zufallsvariable, Verteilungsfunktion	701
13.4.2.1	Zufallsvariable	701
13.4.2.2	Kennwerte von Verteilungsfunktionen	702
13.4.3	Diskrete Zufallsvariable und ihre Verteilung	705
13.4.3.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion, Verteilungsfunktion	705
13.4.3.2	Binomialverteilung $B(n, p)$	707
13.4.3.3	Hypergeometrische Verteilung $H(N, M, n)$	709
13.4.3.4	POISSON-Verteilung $\Pi(\lambda)$	710
13.4.4	Stetige Zufallsvariable und ihre Verteilung	711
13.4.4.1	Verteilungsfunktion, Dichtefunktion	711
13.4.4.2	Stetige Gleichverteilung (Rechteckverteilung) $R(a, b)$	713
13.4.4.3	Normalverteilung (GAUSS-LAPLACE) $N(\mu, \sigma^2)$	713
13.4.4.4	Standard-Normalverteilung $N(0, 1)$	715
13.4.4.5	Exponentialverteilung $E(\lambda)$	717
13.4.4.6	WEIBULL-Verteilung $W(\gamma, r)$	718
13.5	Mathematische (induktive) Statistik	718
13.5.1	Statistische Schätzmethoden	719
13.5.1.1	Punktschätzung	719
13.5.1.2	Intervallschätzung, Konfidenzschätzung	720
13.5.2	Statistische Prüf- und Testverfahren, Prüfverteilungen	723
13.5.2.1	Allgemeines	723
13.5.2.2	Signifikanztest über die Wahrscheinlichkeit p einer alternativen Grundgesamtheit	725
13.5.2.3	Signifikanztest für $E(X)$ bei bekanntem σ^2 , z -Test	727
13.5.2.4	Signifikanztest für $E(X)$ bei unbekanntem σ^2 , t -Test	729
13.5.2.5	χ^2 -Anpassungstest	730

13.5.2.6 Prüfverteilungen	732
14 Integraltabellen	734
14.1 Integrale rationaler Funktionen	735
14.1.1 Integrale mit $ax + b$	735
14.1.2 Integrale mit $ax + b, cx + d$	737
14.1.3 Integrale mit $ax^2 + bx + c$	738
14.1.4 Integrale mit $a^2 \mp x^2$	740
14.1.5 Integrale mit $a^3 \mp x^3$	742
14.1.6 Integrale mit $a^4 + x^4$	743
14.1.7 Integrale mit $a^4 - x^4$	744
14.2 Integrale nichtrationaler Funktionen	744
14.2.1 Integrale mit $\sqrt{x^n}$ und $(a^2 \mp b^2x)^m$	744
14.2.2 Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}$	745
14.2.3 Integrale mit $\sqrt{(ax + b)^n}, \sqrt{(cx + d)^m}$	747
14.2.4 Integrale mit $\sqrt{(a^2 + x^2)^n}$	748
14.2.5 Integrale mit $\sqrt{(a^2 - x^2)^n}$	751
14.2.6 Integrale mit $\sqrt{(x^2 - a^2)^n}$	753
14.2.7 Integrale mit $\sqrt{(ax^2 + bx + c)^n}$	756
14.3 Integrale transzendenter Funktionen	758
14.3.1 Integrale mit e^{ax} (Exponentialfunktion).	758
14.3.2 Integrale der Hyperbelfunktionen	759
14.3.3 Integrale mit $\ln x$ (logarithmische Funktion)	762
14.3.4 Integrale mit $\sin ax$	763
14.3.5 Integrale mit $\cos ax$	765
14.3.6 Integrale mit $\sin ax$ und $\cos ax$ bzw. $\cos bx$	768
14.3.7 Integrale mit $\tan ax$ bzw. $\cot ax$	772
14.3.8 Integrale der Arkusfunktionen	773
14.3.9 Integrale der Areafunktionen	775
14.4 Bestimmte und uneigentliche Integrale	776
Anhang	782
Sachwortverzeichnis	792