

Inhaltsverzeichnis

Turing-Maschinen und berechenbare Funktionen I: Präzisierung von Algorithmen von H.-D. EBBINGHAUS	1
§ 1. Naive Vorbetrachtungen	1
1. Algorithmen in der Mathematik. Geschichtliches	1
2. Unmöglichkeitbeweise. Churchsche These	2
3. Alphabete und Wortmengen	4
4. Eine intuitive Analyse des Algorithmenbegriffs	5
5. Berechenbare Funktionen	7
6. Entscheidbarkeit	9
§ 2. Motivierung und Definition von Turing-Maschinen	10
1. Intuitive Normierung von Algorithmen	10
2. Turing-Maschinen	13
3. Turing-berechenbare Funktionen	19
Turing-Maschinen und berechenbare Funktionen II von F.-K. MAHN.	21
§ 3. Beispiele für Turing-Maschinen. Turing-Diagramme	21
1. Die Elementarmaschinen	21
2. Weitere Maschinen	22
3. Motivationen für Turing-Diagramme	25
4. Definition der Turing-Diagramme	25
5. Erklärung der Arbeitsweise einer durch ein Diagramm gegebenen Maschine T	26
6. Beispiele für Turing-Diagramme. Weitere Vereinfachungen	26
7. Konstruktion von Tafeln aus Diagrammen	28
8. Weitere Beispiele von Turing-Maschinen	29
9. Nachweis der Turing-Berechenbarkeit einiger spezieller Funktionen	32
10. Darstellung einer Turing-Maschine durch ein aus den Elementarmaschinen zusammengesetztes Diagramm	39
§ 4. Normierte Turing-Berechenbarkeit	40
1. Die Maschine $T^{\S}$	40
2. Simulierung über dem Alphabet $\{ \}$	41
3. Normierte Turing-Berechnung	46
4. Eine Verschlüsselmaschine für n -Tupel	47

5. Eine Entschlüsselmaschine	48
6. Einsetzung Turing-berechenbarer Funktionen	49
§ 5. Einfache Beispiele unentscheidbarer Mengen	50
1. Maschinenwörter	51
2. Eine unentscheidbare Menge	52
3. Weitere unentscheidbare Mengen	53
Turing-Maschinen und berechenbare Funktionen III von H.-D. EBBINGHAUS	55
§ 6. Eine universelle Turing-Maschine und das Aufzählungs- theorem von Kleene	55
1. Die universelle Turing-Maschine U	55
2. Das Kleenesche Aufzählungstheorem für Turing- berechenbare Funktionen	61
3. Das Halteproblem für U	62
Literatur I-III	63
Aufzählbarkeit von H.-D. EBBINGHAUS	64
§ 1. Einleitung	64
1. Der intuitive Begriff der Aufzählbarkeit. Inhaltsüber- sicht	64
2. Historische Bemerkungen	67
§ 2. Naive Sätze über aufzählbare Mengen	68
1. Vorbemerkungen	68
2. Die Zurückführung des Berechenbarkeitsbegriffs auf den Aufzählbarkeitsbegriff	69
3. Die Zurückführung des Aufzählbarkeitsbegriffs auf den Berechenbarkeitsbegriff	69
4. Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit	70
§ 3. Turing-Aufzählbarkeit	71
1. Definition und Charakterisierungen Turing-aufzähl- barer Mengen	71
2. Abgeschlossenheitseigenschaften Turing-aufzählbarer Mengen	76
3. Das Aufzählungstheorem	77
4. Nicht Turing-aufzählbare Mengen	78
§ 4. Smullyan-Aufzählbarkeit	80
1. Erzeugung von Mengen durch Kalküle	80
2. Smullyansche formale Systeme	82
3. Reduktion auf Wortmengen	85
4. Spezielle Smullyan-Systeme	88
§ 5. Smullyan- und Turing-Aufzählbarkeit	89
1. Die Smullyan-Aufzählbarkeit der Turing-aufzählbaren Mengen	89

2. Die Turing-Aufzählbarkeit der Smullyan-aufzählbaren Mengen	92
3. Ein unentscheidbares Smullyan-System	93
4. Abschließende Bemerkungen	95
§ 6. Die Nichtaufzählbarkeit der wahren arithmetischen Aussagen und die Unentscheidbarkeit der Arithmetik	95
1. Arithmetische Ausdrücke und Aussagen	95
2. Deutungen. Arithmetische Prädikate	97
3. Eine Übersicht	100
4. Einfache arithmetische Relationen und Paarfunktionen	101
5. Verschlüsselung von endlichen Folgen natürlicher Zahlen	103
6. Die Arithmetisierung von Σ	105
7. Anhang. Das Gödel-Prädikat. Das Schema $F^*(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$	109
Literatur	112

Entscheidungsproblem und Dominospiele von H. HERMES 114

§ 1. Zum Entscheidungsproblem der Prädikatenlogik. Teil 1.	114
§ 2. Ausdrücke, Präfixe, Präfixtypen. Durch solche Typen bestimmte Ausdrucksklassen	116
§ 3. Erfüllbarkeit von Ausdrücken	118
§ 4. Zum Entscheidungsproblem der Prädikatenlogik. Teil 2.	120
§ 5. Dominoprobleme	122
§ 6. Die Definition des einer Turing-Tafel zugeordneten Eck-Dominospiels $\mathfrak{D}_T, \mathfrak{D}_T^0$	125
§ 7. Lemma: Wenn $M(T)$, angesetzt auf das leere Band, unendlich lange läuft, ist das Eck-Dominospiel $\mathfrak{D}_T, \mathfrak{D}_T^0$ gut	126
§ 8. Lemma: Wenn das Eck-Dominospiel $\mathfrak{D}_T, \mathfrak{D}_T^0$ gut ist, läuft $M(T)$, angesetzt auf das leere Band, unendlich lange	128
§ 9. Die Definition des einem Eck-Dominospiel $\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^0$ zugeordneten Ausdrucks $\alpha_{\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^0}$	132
§ 10. Lemma: Wenn das Eck-Dominospiel $\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^0$ gut ist, dann ist $\alpha_{\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^0}$ erfüllbar	133
§ 11. Lemma: Das Eck-Dominospiel $\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^0$ ist gut, wenn $\alpha_{\mathfrak{D}, \mathfrak{D}^0}$ erfüllbar ist	134
§ 12. Übergang zur engeren Prädikatenlogik	135
§ 13. Ausblick auf die Ausdrucksklasse $\wedge \vee \wedge$ und das Diagonal-Dominoproblem	137
Literatur	140

Turing-Maschinen und zufällige 0-1-Folgen von K. JACOBS 141

§ 1. Die Kolmogorovsche Komplexität endlicher 0-1-Wörter	146
§ 2. Ein gescheiterter Versuch	151

§ 3. Der Raum der unendlichen 0-1-Folgen	155
§ 4. Zufällige unendliche 0-1-Folgen	160
Literatur	166
Namenverzeichnis	169
Sachverzeichnis	171
Symbolverzeichnis	185