

# Inhalt

<b>Einleitung</b>	1
<b>1. Aussagenalgebra</b>	
1.1. Logische Operationen	19
1.2. Logische Gleichwertigkeit von Formeln	22
1.3. Das Dualitätstheorem	27
1.4. Das Entscheidungsproblem	28
1.5. Darstellung von beliebigen zweiwertigen Funktionen durch Formeln der Aussagenalgebra	33
1.6. Kanonische Normalformen	35
<b>2. Aussagenkalkül</b>	
2.1. Der Formelbegriff	40
2.2. Definition wahrer Formeln	44
2.3. Das Deduktionstheorem	50
2.4. Einige aussagenlogische Schlußregeln	53
2.5. Monotonie	56
2.6. Äquivalente Formeln	58
2.7. Einige Ableitbarkeitssätze	65
2.8. Formeln in der Aussagenalgebra und im Aussagenkalkül	70
2.9. Widerspruchsfreiheit des Aussagenkalküls	72
2.10. Vollständigkeit des Aussagenkalküls	74
2.11. Unabhängigkeit der Axiome des Aussagenkalküls	75
<b>3. Prädikatenlogik</b>	
3.1. Prädikate	84
3.2. Quantoren	87
3.3. Mengentheoretische Deutung der Prädikate	90
3.4. Axiome	93
3.5. Widerspruchsfreiheit und Unabhängigkeit der Axiome	95
3.6. Eineindeutige Abbildung von Individuenbereichen	97
3.7. Isomorphie von Individuenbereichen und Vollständigkeit des Axiomensystems	99
3.8. Axiome der natürlichen Zahlen	102
3.9. Normalformeln und Normalformen	106

3.10. Das Entscheidungsproblem	108
3.11. Einstellige Prädikatenlogik	109
3.12. Endliche und unendliche Individuenbereiche	114
3.13. Entscheidungsfunktionen (Skolemsche Funktionen)	117
3.14. Der Satz von Löwenheim	121

#### 4. Der Prädikatenkalkül

4.1. Formeln des Prädikatenkalküls	125
4.2. Variablenumbenennung in Formeln	130
4.3. Axiome des Prädikatenkalküls	131
4.4. Regeln zur Bildung wahrer Formeln	132
4.5. Widerspruchsfreiheit des Prädikatenkalküls	139
4.6. Vollständigkeit im engeren Sinne	144
4.7. Einige Sätze des Prädikatenkalküls	146
4.8. Das Deduktionstheorem	149
4.9. Weitere Sätze des Prädikatenkalküls	152
4.10. Äquivalente Formeln	160
4.11. Das Dualitätstheorem	164
4.12. Normalformen	167
4.13. Deduktive Äquivalenz	170
4.14. Skolemsche Normalformen	171
4.15. Beweis des Satzes von Skolem	175
4.16. Der Satz von Mal'cev	177
4.17. Das Vollständigkeitsproblem des Prädikatenkalküls im weiteren Sinne	182
4.18. Bemerkungen zu quantorenfreien Formeln des Prädikatenkalküls	183
4.19. Der Satz von Gödel	184
4.20. Axiomensysteme im Prädikatenkalkül	190

#### 5. Axiomatische Arithmetik

5.1. Terme. Der erweiterte Prädikatenkalkül	195
5.2. Eigenschaften des Gleichheitsprädikats und der Funktionsterme	196
5.3. Die Äquivalenzrelation	200
5.4. Das Deduktionstheorem	201
5.5. Die Axiome der Arithmetik	202
5.6. Beispiele für ableitbare Formeln	204
5.7. Rekursionsterme	207
5.8. Eingeschränkte Arithmetik	208
5.9. Rekursive Funktionen	212

5.10. Axiomatische und semantische Ableitbarkeit von Eigenschaften arithmetischer Funktionen	213
5.11. Rekursive Prädikate	217
5.12. Andere Methoden zur Bildung rekursiver Prädikate. Eingeschränkte Quantoren	219
5.13. Verfahren zur Bildung neuer Rekursionsterme	220
5.14. Einige zahlentheoretische Prädikate und Terme	224
5.15. Berechenbare Funktionen	227
5.16. Einige Sätze der axiomatischen Arithmetik	230
<b>6. Elemente der Beweistheorie</b>	
6.1. Widerspruchsfreiheit und Unabhängigkeit von Axiomen	237
6.2. Primfaktoren und prime Summanden	238
6.3. Primitiv wahre Formeln	239
6.4. Die Operationen 1, 2, 3	241
6.5. Reguläre Formeln	243
6.6. Einige Hilfssätze über reguläre Formeln	249
6.7. Duale Operationen zu 1, 2, 3	260
6.8. Eigenschaften der Operationen $1^*$ , $2^*$ , $3^*$	262
6.9. Regularität von innerhalb der Arithmetik ableitbaren Formeln	267
6.10. Die Widerspruchsfreiheit der eingeschränkten Arithmetik	270
6.11. Die Unabhängigkeit des Axioms der vollständigen Induktion in der Arithmetik	270
6.12. Ein verschärfter Satz über die Unabhängigkeit des Axioms der vollständigen Induktion	272
<b>Literatur</b>	282
<b>Namen- und Sachregister</b>	284