

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung. Algebra der Logik

§ 1	Boolesche Algebra	11
§ 2	Klassische Aussagenlogik (Junktorenlogik)	12
§ 3	Brouwersche Aussagenlogik	15
§ 4	Erläuterungen zu einigen oft benutzten Zeichen	18

Kap. I. Mengen und Relationen 20

§ 1	Erläuterung der Grundbegriffe	20
§ 2	Zweistellige Relationen in einer Menge M	23
§ 3	Abbildungen und Verknüpfungen	28
§ 4	Operationen mit zweistelligen Relationen	30
4.1	Das Relationenprodukt und die konverse Relation	30
4.2	Darstellung der Eigenschaften von Relationen	31

Kap. II. Quasigeordnete und geordnete Mengen 33

§ 1	Allgemeines	33
1.1	Definitionen	33
1.2	Beispiele	33
1.3	Ordnungsdiagramm	34
§ 2	Schranken und Grenzen	35
2.1	Definitionen	35
2.2	Existenz	36
§ 3	Maximale und minimale Elemente	38
§ 4	Existenzkriterien für maximale oder minimale Elemente	39
4.1	Längenendlichkeit	39
4.2	Das Maximalprinzip	40

Kap. III. Gerichtete Mengen und Verbände 41

§ 1	Gerichtete Mengen in der Theorie der Konvergenz	41
§ 2	Verbände. Beispiele	43
2.1	Einige endliche Verbände	43
2.2	Linear geordnete Mengen und direkte Produkte	43
2.3	Untermengen einer Menge	46
2.4	Untergruppen einer Gruppe	48
§ 3	Algebraische Kennzeichnung der Verbände	50

Kap. IV. Grundbegriffe der abstrakten Algebra	55
§ 1 Gebilde	55
1.1 Beispiele	55
1.2 Homomorphismus	55
1.3 Kongruenzrelationen	61
§ 2 Struktur	62
 Kap. V. Semimodulare und modulare Verbände	 68
§ 1 Kettensatz	68
§ 2 Abstand und Dimension	72
§ 3 Modularität	74
§ 4 Normalteiler einer Gruppe.	78
§ 5 Aus der Algebra der Relationen	81
5.1 Rechengesetze	81
5.2 Korrespondenzen	84
5.3 Äquivalenzrelationen	85
5.4 Anwendungen auf Gruppen	89
5.5 Der Verfeinerungssatz	91
§ 6 Komplementäre modulare Verbände	95
6.1 Das Komplement	95
6.2 Projektive Geometrie	97
6.3 Orthokomplement	105
 Kap. VI. Distributive Verbände	 109
§ 1 Allgemeine Aussagen	109
1.1 Definition	109
1.2 Beispiele	110
1.3 Rechengesetze	111
1.4 Distributivität in vollständigen Verbänden	114
§ 2 Brouwersche oder subjunktive Verbände	117
2.1 Definition. Kennzeichnende Eigenschaften.	117
2.2 Negation. Pseudokomplement	119
§ 3 Boolesche Verbände	122
3.1 Jeder Boolesche Verband ist subjunktiv.	122
3.2 Beispiele	123
3.3 Boolesche Funktionen, allgemein	127
3.4 Addition. Der Boolesche Verband als Ring	128
3.5 Funktionen einer Veränderlichen	132
3.6 Funktionen von zwei Veränderlichen	136

Kap. VII. Zerlegungs- und Einbettungssätze	140
§ 1 Zerlegung eines Elements in irreduzible Elemente	140
1.1 Definition. Problemstellung	140
1.2 Eindeutigkeit der Zerlegung in distributiven Verbänden . .	141
1.3 Der Austauschsatz in modularen Verbänden	143
1.4 Zerlegung in Atome	146
§ 2 Einbettungssätze	147
2.1 Problemstellung	147
2.2 Einbettung einer geordneten Menge in einen vollständigen Verband	148
2.3 Einbettung eines Verbandes in einen vollständigen Verband .	150
2.4 Ideale und Filter	151
2.5 Einbettung eines distributiven Verbandes in einen komple- mentären Verband	153
§ 3 Einbettung eines Verbandes in ein direktes Produkt. Anwen- dung in der Teilbarkeitstheorie	157
3.1 Einbettung in ein direktes Produkt	157
3.2 Anwendung in der Teilbarkeitstheorie. Fragestellung	159
3.3 Verbandsgruppen	160
3.4 Einbettung einer geordneten Gruppe in eine Verbandsgruppe	163
3.5 Einbettung einer Verbandsgruppe in das direkte Produkt linear geordneter Gruppen.	165
Literatur	170