

# Inhaltsverzeichnis

## §1 Mengen und Abbildungen

Grundkurs für alle: Mengen und Abbildungen	
Mengen .....	1
Abbildungen .....	7
Test 1 .....	13
Literaturhinweis .....	14
Übungen für alle .....	15

## §2 Vektorräume

Grundkurs für alle: Reelle und komplexe Vektorräume	
Reelle Vektorräume .....	17
Komplexe Zahlen und komplexe Vektorräume .....	24
Test 2 .....	30
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Körper .....	31
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Was sind Vektoren? .....	34
Historische Notiz (über komplexe Zahlen) .....	37
Literaturhinweis .....	39
Übungen für Mathematiker .....	39
Die (*)-Aufgabe .....	40
Übungen für Physiker .....	41

## §3 Dimensionen

Grundkurs für alle: Lineare Unabhängigkeit, Basis, Dimension .....	42
Test 3 .....	50
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Beweis des Basisergänzungssatzes und des Austauschlemmas .....	51
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Das Vektorprodukt .....	54

Historische Notiz (über den Steinitzschens Austauschsatz) .....	59
Literaturhinweis .....	60
Übungen für Mathematiker .....	61
Die (*)-Aufgabe .....	62
Übungen für Physiker .....	62

## §4 Lineare Abbildungen

Grundkurs für alle: Lineare Abbildungen und Matrizen	
Lineare Abbildungen .....	63
Matrizen .....	69
Test 4 .....	75
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Quotientenvektorräume .....	76
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Drehungen und Spiegelungen des $\mathbb{R}^2$ .....	79
Historische Notiz (über Motive) .....	84
Literaturhinweis .....	85
Übungen für Mathematiker .....	86
Die (*)-Aufgabe .....	87
Übungen für Physiker .....	87

## §5 Matrizenrechnung

Grundkurs für alle: Matrizenrechnung	
Multiplikation .....	89
Rang einer Matrix .....	94
Elementare Umformungen .....	95
Rangbestimmungsverfahren .....	97
Test 5 .....	98
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Wie invertiert man eine Matrix? .....	99
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Mehr über Drehungen und Spiegelungen .....	102
Historische Notiz (über Matrizen) .....	105
Literaturhinweis .....	106
Übungen für Mathematiker .....	107
Die (*)-Aufgabe .....	108
Übungen für Physiker .....	108

## §6 Die Determinante

Grundkurs für alle: Die Determinante .....	110
Test 6 .....	119
Fortsetzung des Grundkurses (für alle):	
(a) Determinante eines Endomorphismus .....	120
(b) Orientierte Vektorräume .....	121
Historische Notiz (über die Determinante) .....	124
Übungen für Mathematiker .....	124
Die (*)-Aufgabe .....	125
Übungen für Physiker .....	126

## §7 Lineare Gleichungssysteme

Grundkurs für alle: Lineare Gleichungssysteme	
Lineare Gleichungssysteme .....	127
Gaußscher Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme .....	131
Test 7 .....	133
Fortsetzung des Grundkurses (für Mathematiker): Mehr über lineare Gleichungssysteme .....	135
Fortsetzung des Grundkurses (für Physiker): Wiegen mit der Kamera .....	138
Historische Notiz (über Gleichungssysteme) .....	141
Literaturhinweis .....	141
Übungen für Mathematiker .....	142
Drei (*)-Aufgaben .....	142
Übungen für Physiker .....	143

## §8 Affine Geometrie

Grundkurs	
Affine Teilräume eines Vektorraums .....	145
Affine Hülle und allgemeine Lage .....	148
Affine Abbildungen .....	150
Konvexität .....	152
Test 8 .....	155
Übungen für Mathematiker .....	157
Drei (*)-Aufgaben .....	158
Übungen für Physiker .....	158

## §9 Euklidische Vektorräume

### Grundkurs

Skalarprodukte .....	160
Orthogonal, orthonormal .....	163
Orthogonale Abbildungen .....	167
Gruppen .....	168
Test 9 .....	170
Übungen für Mathematiker .....	172
Drei (*)-Aufgaben .....	173
Übungen für Physiker .....	173

## §10 Klassifikation von Matrizen

### Grundkurs

Was heißt "Klassifizieren"? .....	175
Äquivalenzrelationen für Matrizen .....	179
Ausführliche Motivation am Beispiel $\sim_2$ .....	181
Bedeutung von $\sim_1, \sim_3, \sim_4$ .....	183
Die Klassifikationssätze .....	187
Test 10 .....	190
Übungen für Mathematiker .....	192
Zwei (*)-Aufgaben .....	193
Übungen für Physiker .....	193

## §11 Eigenwerte

### Grundkurs

Eigenwerte, Eigenvektoren .....	194
Direkte Summen .....	196
Diagonalisierbarkeit von Endomorphismen .....	199
Das charakteristische Polynom .....	201
Test 11 .....	203
Übungen für Mathematiker .....	204
Zwei (*)-Aufgaben .....	205
Übungen für Physiker .....	205

## §12 Die Hauptachsen-Transformation

### Grundkurs

Eigenvektoren selbstadjungierter Endomorphismen	
euklidischer Räume .....	206
Der Hauptsatz über selbstadjungierte Endomorphismen .....	207
Hauptachsentransformation .....	209
Beweis des Haupthilfssatzes .....	211
Test 12 .....	212
Antworten zu den Tests .....	214
Literaturverzeichnis .....	227
Symbolverzeichnis .....	229
Register .....	231