

Inhaltsverzeichnis

	Seite
0. Einführung	11
0.1. Vorkenntnisse und Absichten	11
0.2. Was ist Homotopietheorie?	13
0.3. Anlage des Buches	19
1. Kategorien und Funktoren	21
1.0. Einführung	21
1.1. Kategorien und Funktoren	22
1.2. Duale Kategorien und kontravariante Funktoren, Funktortransformationen	29
1.3. Äquivalenzen, Produkte, Summen	31
1.4. „Push-outs“ und „pull-backs“	38
1.5. Direkte Gruppensysteme und deren Limites	45
1.6. Gruppen- und Kogruppenobjekte	48
1.7. Gruppenstrukturen in $\mathcal{R}(A, B)$	55
1.8. Das Operieren eines Gruppenobjektes	58
1.9. Kategorische Homotopietheorie	60
2. Vorbereitungen aus der allgemeinen Topologie	65
2.0. Einführung	65
2.1. Kategorien topologischer Räume	66
2.2. k -Topologien	74
2.3. CW-Komplexe	80
2.4. Das Exponentialgesetz	85
2.5. Weitere Folgerungen aus dem Exponentialgesetz	87
3. Homotopiebegriff	97
3.0. Einführung	97
3.1. Der Homotopiebegriff	98
3.2. Erste Anwendungen des Homotopiebegriffs	105

3.3.	Die S^1 als Kogruppenobjekt in der Homotopiekategorie	113
3.4.	Gruppen und Kogruppenobjekte in der Homotopiekategorie	117
3.5.	Gruppenstrukturen in $[(A, a_0), (B, b_0)]_0$	121
3.6.	Die Gruppe $\pi_n(S^n)$	126
3.7.	Elementare Anwendungen	136
3.8.	Die Gruppe $\pi_1(X \vee Y, z_0)$	137
3.9.	Der Homotopiebegriff und die Quotientenkategorie	143
4.	Faserungen und Kofaserungen	145
4.0.	Einführung	145
4.1.	Faserungen und Kofaserungen	147
4.2.	Eine andere Charakterisierung des Faserbegriffs [1]	156
4.3.	Jede Abbildung ist homotopieäquivalent zu einer Hurewicz-Faserung	161
4.4.	Weitere Eigenschaften von Hurewicz-Faserungen	167
4.5.	CW-Komplexe und Kofaserungen	173
4.6.	Die Nilpotenz von $[A, \Omega B]_0$ [22]	175
4.7.	Bündelabbildungen	178
4.8.	Serre-Faserungen	187
5.	Die exakten Folgen	193
5.0.	Einführung	193
5.1.	Die erste exakte Folge	195
5.2.	Die zweite exakte Folge	207
5.3.	Die exakte Homotopiesequenz einer Faserung	212
5.4.	Axiomatische Charakterisierung von $\pi = \{\pi_n\}$	216
5.5.	Änderung des Basispunktes	220
5.6.	Folgerungen aus der Exaktheit der Homotopiesequenz	227
6.	Spezielle Homotopiegruppen	231
6.0.	Einführung	231
6.1.	Der Satz von J.H.C. Whitehead	232
6.2.	Eine andere Form des Satzes von J.H.C. Whitehead	236
6.3.	Die Stetigkeit von $[K,]_0$ für kompaktes K	240
6.4.	Homotopiegruppen für CW-Räume	244

6.5.	Berechnung von $\pi_n (X \vee Y)$	248
6.6.	Das Töten von Homotopieelementen	251
6.7.	Eilenberg-Mac Lane Räume	255
6.8.	Postnikov-Zerlegungen	257
7.	Simpliziale Homotopietheorie	265
7.0.	Einführung	265
7.1.	Simpliziale Mengen	267
7.2.	Kan-Komplexe	273
7.3.	Homotopiegruppen für Kan-Komplexe	277
7.4.	Kan-Faserungen	285
7.5.	Die exakte Fasersequenz	288
7.6.	Moore-Postnikov-Zerlegungen	291
7.7.	Der Komplex $K (G, n)$	295
8.	Der Kohomologiefunktor und die Stabilitätssätze ...	303
8.0.	Einführung	303
8.1.	Der Kohomologiefunktor	305
8.2.	Weitere Bemerkungen über Eilenberg-MacLane Räume	312
8.3.	Operationen und das Realisierungsproblem	315
8.4.	Hilfssätze und Vorbereitungen für den Einhängungs- satz	321
8.5.	Der Einhängungssatz	329
8.6.	Der Stabilitätssatz	334
8.7.	Stabile Kategorien	337
Anhang		341
A.	Beweis des Satzes über lokale Faserungen (Satz 4.5.).	341
B.	Der Satz von Hurewicz	353
C.	Konstruktion der Quotientenkategorie (Beweis von Satz 1.5.)	356
Literatur		363
Register		365