

Inhaltsverzeichnis

I Lokale Differentialgeometrie der Raumkurven

- § 1 Differentialgeometrische Eigenschaften der Kurven 9
1.1 Parameterdarstellung, S. 9. – 1.2 Bogenlänge, S. 10. – 1.3 Der Begriff der geometrischen Eigenschaft, S. 11. – 1.4 Das begleitende Dreibein, S. 11. – 1.5 Die Formeln von Frenet, S. 12. – 1.6 Geometrische Bedeutung von Krümmung und Torsion, S. 13. – 1.7 Krümmungskreis und Schmiegekugel, S. 14.
- § 2 Das vollständige Invariantensystem der Raumkurven 17
2.1 Böschungslinien, S. 17. – 2.2 Der Fundamentalsatz, S. 18. – 2.3 Das vollständige Invariantensystem, S. 20.

II Lokale Differentialgeometrie der Flächen

- § 3 Flächen und Flächenkurven 21
3.1 Flächenparameter, S. 21. – 3.2 Die Tangentialebene und das begleitende Dreibein, S. 23. – 3.3 Parameter zu vorgegebenen Parameterlinien, S. 24. – 3.4 Bogenlänge und metrische Fundamentalform, S. 25. – 3.5 Die Krümmung der Flächenkurven, S. 28. – 3.6 Regelflächen, S. 29. – 3.7 Torsen, S. 31.
- § 4 Innere Geometrie der Flächen 34
4.1 Problemstellung, S. 34. – 4.2 Die geodätische Krümmung als Größe der inneren Geometrie, S. 35. – 4.3 Die geodätischen Linien als Linien verschwindender geodätischer Krümmung, S. 38. – 4.4 Die Extremaleigenschaft der geodätischen Linien, S. 39. – 4.5 Geodätische Netze, S. 41. – 4.6 Die Minimaleigenschaft der geodätischen Linien, S. 42. – 4.7 Der geodätische Parallelismus, S. 42.
- § 5 Krümmungstheorie der Flächen 45
5.1 Die zweite Fundamentalform und die beiden Hauptkrümmungen, S. 45. – 5.2 Die Indikatrix von Dupin, S. 49. – 5.3 Die geometrische Deutung der Gaußschen Krümmung, S. 51. – 5.4 Die Ableitungsgleichungen, S. 53. – 5.5 Das Theorema egregium, S. 55.
- § 6 Spezielle Fragen der Flächentheorie 56
6.1 Methodische Vorbemerkungen, S. 56. – 6.2 Flächen mit lauter Nabelpunkten, S. 56. – 6.3 Die Torsen als einzige Flächen verschwindender Gaußscher Krümmung, S. 57. – 6.4 Verbiegungen von Drehflächen, S. 58. – 6.5 Verbiegung von Schraubenflächen, S. 59. – 6.6 Die Flächen verschwindender mittlerer Krümmung als Minimalflächen, S. 60. – 6.7 Gesimsflächen, S. 61. – 6.8 Dreifache orthogonale Flächensysteme, S. 63.

III Tensorrechnung und Riemannsche Geometrie

- § 7 Der Begriff der differenzierbaren Mannigfaltigkeit 64
7.1 Vorbemerkungen, S. 64. – 7.2 Die Definition der differenzierbaren Mannigfaltigkeit, S. 65. – 7.3 Der Tangentialraum, S. 67. – 7.4 Zusammenhängende Mannigfaltigkeiten, S. 68.

| | |
|--|-----|
| § 8 Tensoralgebra | 68 |
| 8.1 Basistransformationen im Vektorraum, S. 68. — 8.2 Lineare Funktionale und dualer Vektorraum, S. 69. — 8.3 Tensoren zweiter Stufe, S. 71. — 8.4 Symmetrische Bilinearformen und inneres Produkt, S. 73. — 8.5 Tensoren beliebiger Stufe, S. 74. | |
| § 9 Tensoranalysis | 76 |
| 9.1 Fragestellung, S. 76. — 9.2 Die kovariante Ableitung kontravarianter Vektorfelder, S. 78. — 9.3 Geometrische Deutung der kovarianten Differentiation: Parallelverschiebung, S. 79. — 9.4 Affine Zusammenhänge, S. 80. — 9.5 Kovariante Differentiation von Tensoren beliebiger Stufe, S. 81. — 9.6 Zweite kovariante Ableitungen und Krümmungstensor eines affinen Zusammenhangs, S. 82. — 9.7 Symmetrieeigenschaften des Krümmungstensors, S. 83. | |
| § 10 Geometrie des affin zusammenhängenden Raumes | 84 |
| 10.1 Parallelverschiebung längs geschlossener Wege, S. 84. — 10.2 Geometrische Deutung des Krümmungstensors, S. 86. — 10.3 Die (lokal-)affinen Räume als Räume mit verschwindendem Krümmungstensor, S. 88. — 10.4 Die Autoparallelen eines Zusammenhangs, S. 89. — 10.5 Projektive Äquivalenz von affinen Zusammenhängen, S. 90. — 10.6 Allgemeines zur Terminologie, S. 91. | |
| § 11 Grundlagen der Riemannschen Geometrie | 92 |
| 11.1 Die Riemannsche Metrik, S. 92. — 11.2 Der zugehörige affine Zusammenhang, S. 95. — 11.3 Geodätische Linien, S. 96. — 11.4 Kurventheorie, S. 96. — 11.5 Riemannsche Normalkoordinaten, S. 99. — 11.6 Die Krümmung des Raumes, S. 101. — 11.7 Formale Vollendung der lokalen Flächentheorie im Euklidischen Raume, S. 103. — 11.8 Die geodätische Abweichung, S. 106. | |
| IV Weiterer Ausbau und Anwendungen der Riemannschen Geometrie | |
| § 12 Die Räume konstanter Krümmung und die nichteuklidische Geometrie | 108 |
| 12.1 Die Räume konstanter Krümmung, S. 108. — 12.2 Ein Satz von Schur über die Räume konstanter Krümmung, S. 109. — 12.3 Freie Beweglichkeit im zweidimensionalen Fall, S. 111. — 12.4 Die Isometrie der Räume konstanter Krümmung, S. 112. — 12.5 Spezielle Formen des Fundamentalensors, S. 114. — 12.6 Das Poincarésche Modell der hyperbolischen nichteuklidischen Geometrie, S. 116. | |
| § 13 Abbildungen | 117 |
| 13.1 Analytische Darstellung einer Abbildung zwischen zwei Mannigfaltigkeiten gleicher Dimensionszahl, S. 117. — 13.2 Die wichtigsten Eigenschaften von Abbildungen, S. 118. — 13.3 Einige Abbildungen der Kugelfläche in die Ebene, S. 121. — 13.4 Die Unverträglichkeit gewisser Eigenschaften von Abbildungen, S. 123. — 13.5 Geodätische Abbildung in den Euklidischen Raum, S. 124. — 13.6 Ähnliche und affine Abbildungen eines Raumes auf sich, S. 127. — 13.7 Konforme Abbildung zweidimensionaler Räume, S. 128. — 13.8 Minimalflächen, S. 130. | |
| § 14 Riemannsche Räume in der analytischen Dynamik | 133 |
| 14.1 Der Konfigurationsraum und das kinematische Linienelement, S. 133. — 14.2 Hamiltonsches Prinzip und Bewegungsgleichungen, S. 135. — 14.3 Das Linienelement von Jacobi und das Prinzip der stationären Wirkung, S. 137. — 14.4 Brachystrichen, S. 138. — 14.5 Das Vorzeichen der Krümmung und die Stabilität der Bahnen, S. 139. | |

| | |
|---|-----|
| § 15 Die metrische Differentialgeometrie und die Auszeichnung der Riemannschen Geometrie | 140 |
| 15.1 Die Metrik und der Fundamentaltensor, S. 140. – 15.2 Die punktale Minkowskische Metrik und die Indikatrix, S. 142. – 15.3 Helmholtz' Charakterisierung der Riemannschen Räume aus der Existenz von punktalen Drehungen, S. 145. – 15.4 Weyls Charakterisierung der Riemannschen Räume aus der Existenz von affinen Zusammenhängen, S. 146. – 15.5 Die Riemannschen Räume als die einzigen punktal isotropen Räume, S. 148. – 15.6 Geodätische Linien, S. 149. – 15.7 Wegesysteme und nicht-lineare Zusammenhänge, S. 150. – 15.8 Bestimmung einer Finslerschen Metrik durch ein Wegesystem, S. 153. – 15.9 Übersicht über die Raumtypen und ihre geometrische Kennzeichnung, S. 154. | |
| V Aus der Differentialgeometrie im Großen | 156 |
| § 16 Kurven im Großen | 156 |
| 16.1 Ebene konvexe Kurven, S. 156. – 16.2 Der Viereheitelsatz, S. 158. – 16.3 Gegenpunktpaare auf Eiliniien, S. 159. – 16.4 Die Gesamtkrümmung geschlossener Raumkurven, S. 159. | |
| § 17 Flächen im Großen | 161 |
| 17.1 Kennzeichnende Eigenschaften der Kugel, S. 161. – 17.2 Weiterer Ausbau der Tensorrechnung auf Flächen, S. 163. – 17.3 Die Integralformel von Gauß und Bonnet, S. 165. – 17.4 Eine Bedingung für die Kongruenz isometrischer Flächen, S. 169. – 17.5 Integralformeln, S. 171. – 17.6 Die Kongruenz isometrischer Flächen, S. 172. | |
| Anhang I Aus der Geschichte der Differentialgeometrie | 173 |
| Anhang II Hilfssätze aus der Analysis | 175 |
| II.1 Existenz und Eindeutigkeit bei gewöhnlichen Differentialgleichungen und Systemen erster Ordnung, S. 175. – II.2 Integrabilitätstheorie für Systeme partieller Differentialgleichungen erster Ordnung, S. 176. – II.3 Zur Variationsrechnung, S. 178. | |
| Anhang III Formelzusammenstellung zur Kurven- und Flächentheorie | 179 |
| Namen- und Sachverzeichnis | 181 |