

Inhaltsverzeichnis

Erstes Kapitel

Elementargeometrie der Polyeder

§ 1. Begriff des Polyeders	1
1.1.1 Raum, Punkt und Richtung	1
1.1.2 Konvexe Polyeder	2
1.1.3 Simplex	4
1.1.4 Polyeder	5
1.1.5 Elementargeometrische Zerlegung	7
1.1.6 Simplizialzerlegung	8
1.1.7 Polyederkategorien; Polyedererzeugung	9
§ 2. Elemente der Polyedergeometrie	11
1.2.1 Verwandtschaften	11
1.2.2 MINKOWSKISCHE Addition	13
1.2.3 Lineare Polyederscharen	16
1.2.4 Parallelotope	16
1.2.5 Simplotope	17
1.2.6 Kanonische Simplexzerlegung	18
1.2.7 Zylinder	19
§ 3. Zerlegungsgleichheit	20
1.3.1 Ganze Vervielfachung	20
1.3.2 Translative Zerlegungsgleichheit	20
1.3.3 Parallelotop und Determinante	22
1.3.4 Orthogonalergänzung	26
1.3.5 Zylinderklassen	27
1.3.6 Zerlegungskongruenzen	28
1.3.7 Zerlegungshilfssätze	29
1.3.8 Rationale Vervielfachung	32
Anmerkungen	33

Zweites Kapitel

Der elementare Inhalt

§ 1. Begründung des Polyederinhalts	34
2.1.1 Inhaltspostulate	34
2.1.2 Einfache Folgerungen	36
2.1.3 Eindeutigkeitssatz	37
2.1.4 Existenzsatz	39
2.1.5 Invarianz und Homogenität	41
2.1.6 Der elementare Inhalt	42
2.1.7 Unabhängigkeit der Inhaltspostulate	44
§ 2. Polyederinhalt und Zerlegungsgleichheit	45
2.2.1 Zerlegungs- und Ergänzungsgleichheit	45
2.2.2 Das HILBERT-DEHNsche Problem; Zerlegungskriterien	49

2.2.3	Inhaltsfunktionale von JESSEN	52
2.2.4	Zylindrische Zerlegungskongruenzen; Kriterien	55
2.2.5	Das formale Hauptkriterium	58
2.2.6	Lineare Funktionale und translative Zerlegungskongruenz	59
2.2.7	Ein Zerlegungssatz bei MINKOWSKISCHER Addition	63
2.2.8	Ungerade und gerade Dimension	65
2.2.9	Polyeder und Gitter	67
2.2.10	Intervallzerlegungen	73
§ 3.	Inhalt und Oberfläche der Polyeder	77
2.3.1	Inhalts- und Oberflächenformel	77
2.3.2	Axiomatische Charakterisierungen	78
2.3.3	Ein Fortsetzungssatz	80
	Anmerkungen	81

Drittes Kapitel

JORDANSCHER INHALT UND LEBESGUESCHES MAß

§ 1.	Punktmengen	85
3.1.1	Punktmengen; Bezeichnungen	85
3.1.2	Mengenklassen	86
3.1.3	Einfache Hilfssätze	87
3.1.4	Zerlegungsgleichheit	88
3.1.5	Zerlegungsparadoxien	90
3.1.6	Parallelotope und Zerlegungsgleichheit	93
§ 2.	Inhalts- und Maßsysteme	95
3.2.1	Begriff des Inhaltssystems; Inhaltspostulate	95
3.2.2	Einfache Folgerungen	97
3.2.3	Weitere Eigenschaften	98
3.2.4	Verschiedene Aussagen und Sätze	100
3.2.5	Begriff des Maßsystems	103
§ 3.	Der JORDANSCHER INHALT	105
3.3.1	Äußerer und innerer JORDANSCHER INHALT	105
3.3.2	Das JORDANSCHER INHALTSSYSTEM	110
3.3.3	JORDANSCHER MEßBARKEIT; KRITERIEN	112
3.3.4	Charakterisierung des JORDANSCHEN INHALTS	115
§ 4.	Das LEBESGUESCHER MAß	116
3.4.1	Äußeres und inneres LEBESGUESCHER MAß	116
3.4.2	Das LEBESGUESCHER MAßSYSTEM	119
3.4.3	Charakterisierung des LEBESGUESCHEN MAßES	122
§ 5.	Zum allgemeinen Inhalts- und Maßproblem	123
3.5.1	Fragestellungen	123
3.5.2	Zerlegungsäquivalenz und Inhaltsgleichheit	124
3.5.3	Der TARSCHISCHER INHALT	127
3.5.4	Normsystem und BANACHSCHER SYSTEME	130
	Anmerkungen	132

Viertes Kapitel

Ausgewählte Studien zur Mengengeometrie

§ 1.	Lineare Ausmessung von Punktmengen	137
4.1.1	Breite, Durchmesser und Dicke	137
4.1.2	Spannen und Radien	139
4.1.3	Einfache Ungleichungen	140

§ 2. MINKOWSKISCHE Mengeneroperationen	142
4.2.1 MINKOWSKISCHE Addition und Subtraktion	142
4.2.2 Außen- und Innenmengen	146
4.2.3 Parallelmengen	147
4.2.4 Lineare, konvexe und konkave Mengenscharen	149
§ 3. Mengenkongruenz und Auswahlssatz	150
4.3.1 Metrik und Kongruenz	150
4.3.2 Auswahlssatz	154
4.3.3 Stetige und halbstetige Mengenscharen	155
§ 4. Mengengeometrie und Inhalt	157
4.4.1 Inhalt und Mengenscharen; BRUNNSCHER SATZ	157
4.4.2 Äußere Quermasse; Ungleichungen	161
4.4.3 Innere Quermasse; FUBINIS THEOREM	164
§ 5. Symmetrisierung, Drehmittelung und Kugelung	166
4.5.1 STEINERSCHE Symmetrisierung	166
4.5.2 Drehmittelung	168
4.5.3 Kugelungstheoreme	170
4.5.4 BIEBERBACHSCHE Ungleichung	173
4.5.5 Inhaltsradien; Theoreme von ERHARD SCHMIDT	174
Anmerkungen	176

Fünftes Kapitel

Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie

§ 1. MINKOWSKISCHE Oberfläche	179
5.1.1 Innere und äußere Relativoberfläche	179
5.1.2 Relative Flächenmaße	182
5.1.3 Gewöhnliche Oberfläche	184
§ 2. Die isoperimetrische Ungleichung	187
5.2.1 Der BRUNN-MINKOWSKISCHE SATZ	187
5.2.2 Der isoperimetrische Satz	188
5.2.3 Inhaltstreue Parallelzerlegung und Defizite	189
5.2.4 Beweis der Hauptsätze	191
5.2.5 Die isoperimetrische Eigenschaft der Kugel	195
Anmerkungen	196

Sechstes Kapitel

Konvexe Körper und allgemeine Integralgeometrie

§ 1. Konvexe Körper und ihre fundamentalen Maßzahlen	198
6.1.1 Zur Geometrie der Eikörper; Grundtatsachen	198
6.1.2 Eikörperfunktionale	201
6.1.3 Polyedrische Approximation	205
6.1.4 Inhalt und Oberfläche konvexer Körper	206
6.1.5 Die Oberflächenformel von CAUCHY	208
6.1.6 MINKOWSKIS QUERMAßINTEGRALE; INTEGRALREKURSION VON KUBOTA	209
6.1.7 Norm und mittlere Breite	211
6.1.8 Die STEINERSCHE FORMEL FÜR PARALLELKÖRPER	213
6.1.9 Spezielle Formeln; Elementare Körper	215
6.1.10 Charakterisierung der Quermaßintegrale	221
§ 2. Integralgeometrische Ansätze; Integralformeln	225
6.2.1 Kinematische Dichten und Integrale	225

6.2.2	Integralformeln mit Inhalt und Oberfläche	228
6.2.3	Eine Integralrelation für Polyederpaare	230
6.2.4	Drehintegrale bei MINKOWSKISCHER Addition	231
6.2.5	Projizieren und Schneiden; CAUCHYS und CROFTONS Formeln	232
6.2.6	Drehintegrale bei affiner Deformation	234
6.2.7	Mittlere affine Richtungsderivierte	235
§ 3.	Allgemeine Integralsätze	236
6.3.1	Der Konvexring	236
6.3.2	Additive Funktionale	236
6.3.3	Die Charakteristik von EULER-POINCARÉ	237
6.3.4	Quermaßintegrale im Konvexring	240
6.3.5	Assoziierte Funktionale und allgemeiner Integralsatz	241
6.3.6	Die kinematische Hauptformel von BLASCHKE und SANTALÓ	243
6.3.7	Vollständiges kinematisches Formelsystem	244
§ 4.	Konkave Eikörperfunktionale	244
6.4.1	Konvexe Eikörperklassen; konkave Funktionale	244
6.4.2	Wurzelfunktionale mit Inhalt und Oberfläche	247
6.4.3	Rotationskörper	250
6.4.4	Konkave und konvexe Kanalscharen	251
6.4.5	Potenzintegrale mit konkaven Funktionalen	262
6.4.6	Sehnen- und Breitenpotenzintegrale	265
6.4.7	Planare Momente	266
6.4.8	Harmonische Quermaßintegrale	267
§ 5.	Die isoperimetrische Ungleichung	268
6.5.1	Isoperimetrische Ungleichung; Defizite	268
6.5.2	Verschärfung durch Vergleich mit der Inkugel	269
6.5.3	Zylinder und Kegel	270
6.5.4	Parallelotop und Simplex	273
6.5.5	Formkörper; Verschärfungen von BOL und DINGHAS	274
6.5.6	Eipolyeder; Theorem von LINDELÖF	276
6.5.7	Quermaßintegrale und Isoperimetrie der Kugel	278
6.5.8	Gemischte Quermaßintegrale und lineare Ungleichungen für Rotationskörper	279
6.5.9	Die FENCHEL'SCHEN Ungleichungen	281
6.5.10	Eine vollständige Schar extremaler Rotationskörper	282
	Anmerkungen	287
	Literaturverzeichnis	295
	Namenverzeichnis	307
	Sachverzeichnis	309