

# Inhalt

## Teil I. Fraktale und Methoden zur Bestimmung fraktaler Dimension

<b>1.</b>	<b>Einführung</b>	17
<b>2.</b>	<b>Hausdorff-Maß und -Dimension</b>	24
2.1.	Hausdorff-Maß im $R^2$	24
2.2.	Fraktale Dimensionen	27
2.3.	Lokale Hausdorff-Dimension und Dimensionsverteilung	31
2.4.	Fraktale	33
<b>3.</b>	<b>Deterministische Fraktale</b>	35
3.1.	Allgemeine Eigenschaften von Fraktalen	35
3.2.	Beispiele für deterministische Fraktale	35
3.2.1	Kurven mit fraktaler Dimension	35
3.2.2.	Selbstähnliche Mengen	36
3.3.	Ein Programm zur Erzeugung von verallgemeinerten Koch-Schneeflocken	40
<b>4.</b>	<b>Zufällige Fraktale</b>	43
4.1.	Zufällige selbstähnliche Mengen	43
4.2.	Mandelbrot-Zähle-Schnipsel	46
4.3.	Zufällige Fraktale im Zusammenhang mit der Brownschen Bewegung	48
4.4.	Selbstähnliche stochastische Prozesse	50
<b>5.</b>	<b>Verfahren zur Ermittlung fraktaler Dimensionen</b>	53
5.1.	Einführung	53
5.2.	Zirkelmethode	54
5.3.	Quadratählmethode	55
5.4.	Wurstmethode	58
5.5.	Schätzung der lokalen Dimension	60
5.6.	Weitere Methoden	61
5.7.	Dimensionsbestimmung für eine Graphit-Partikel	62
	<b>Literatur zu Teil I</b>	64

## Teil II. Gestaltsstatistik

<b>1.</b>	<b>Grundbegriffe</b>	71
<b>2.</b>	<b>Beschreibung von Konturen</b>	80
2.1.	Einleitung	80
2.2.	Definition und Messung von Konturfunktionen	81
2.2.1.	Querschnittsfunktionen bei spiegelsymmetrischen Figuren	81
2.2.2.	Radiusvektorfunktionen	82
2.2.3.	Stützfunktionen	85
2.2.4.	Tangentenwinkelfunktionen	87
2.2.5.	Vergleich der drei Möglichkeiten der Beschreibung von Konturen durch Figuren	89
2.2.6.	Glättung von Konturen	89
2.3.	Invariante Parameter von Konturfunktionen für technische Partikeln	90
2.4.	Zwei Figurenklassen: Superellipsen und Radialrhomben	93
2.4.1.	Superellipsen	93
2.4.2.	Radialrhomben	95
2.5.	Ermittlung approximierender Konturfunktionen	97
2.5.1.	Einleitung	97
2.5.2.	Approximation durch Ellipsen und Radialrhomben	98
2.5.3.	Fourier-Analyse	99
2.6.	Stochastische Modelle im Fall der Konturfunktionsbeschreibung	108
2.6.1.	Invariante Konturfunktionsparameter zufälliger Figuren	108
2.6.2.	Zufällige Radialrhomben	109
2.6.3.	Zufällig verrauschte Figuren	110
2.6.4.	Drei Störungsmodelle	111
2.7.	Statistik im Fall der Konturfunktionsbeschreibung	114
2.7.1.	Meßwerte der invarianten Parameter für Einzelfiguren	114
2.7.2.	Statistische Ermittlung von Verteilungskenngrößen der invarianten Parameter	115
2.7.3.	Statistik für zufällig verrauschte Figuren	115
2.7.4.	Statistik für zufällig Radialrhomben und verwandte Figuren	119
<b>3.</b>	<b>Mengentheoretische Gestaltsanalyse</b>	121
3.1.	Einleitung	121
3.2.	Einfache geometrische Formfaktoren	121
3.3.	Charakteristiken für zufällige kompakte Mengen	125
3.3.1.	Einleitung	125
3.3.2.	Zufällige kompakte Mengen	125
3.3.3.	Mittelwertformeln für kompakte konvexe Mengen	126
3.3.4.	Erwartungswerte zufälliger kompakter Mengen	127
3.3.5.	Varianzen zufälliger kompakter Mengen	132
3.3.6.	Mediane zufälliger kompakter Mengen	133
3.3.7.	Einige statistische Verfahren	134
3.4.	Vier Funktionen zur Beschreibung von Figuren	135
3.4.1.	Einleitung	135
3.4.2.	Sehnenlängenverteilungsfunktion	135
3.4.3.	Isotropisierte Mengenkovarianzfunktion	140
3.4.4.	Erosionsfunktionen	142

3.5.	Stochastische Modelle für zufällige kompakte Mengen	144
3.5.1.	Poisson-Polygon	144
3.5.2.	Dirichlet-Polygone	147
3.5.3.	Abgerundete Polygone	151
3.5.4.	Konvexe Hüllen zufälliger Figuren	153
3.5.5.	Gaußsche zufällige Mengen	156
3.5.6.	Inhomogene Boolesche Modelle	157
3.5.7.	Vorob'evs Waldbrandmodell	158
<b>4.</b>	<b>Punktbeschreibung</b>	<b>159</b>
4.1.	Einleitung	159
4.2.	Beschreibung von Landmarken-Konfigurationen und ihre Größe	159
4.3.	Abstände und Transformationen von Landmarken-Konfigurationen	161
4.3.1.	Problemstellung	161
4.3.2.	Formeln für ausgewählte Klassen von Transformationen	162
4.4.	Mittelwerte ebener Punktkonfigurationen	166
4.4.1.	Eine Metrik für Punktkonfigurationen	166
4.4.2.	Berechnung mittlerer Konfigurationen	167
4.5.	Prokrustes-Analyse	168
4.5.1.	Problemstellung	168
4.5.2.	Auswertung der Ergebnisse der Prokrustes-Analyse	169
4.6.	Formbeschreibung für Dreiecke und Punkttripel	171
4.6.1.	Einleitung	171
4.6.2.	Dreiecke	172
4.6.3.	Punkttripel	176
4.7.	Statistik für das Bookstein-Modell	180
4.7.1.	Das Bookstein-Modell	180
4.7.2.	Schätzung der Abstände und Varianzen	180
4.7.3.	Formstatistik für das Bookstein-Modell	182
<b>5.</b>	<b>Beispiele</b>	<b>185</b>
5.1.	Die Gestalt von Sandkörnern	185
5.2.	Die Gestalt von Händen	196
	<b>Literatur zu Teil II</b>	<b>204</b>

### Teil III. Punktfeldstatistik

<b>1.</b>	<b>Grundbegriffe</b>	<b>217</b>
<b>2.</b>	<b>Endliche Punktfelder</b>	<b>224</b>
2.1.	Vorbemerkungen	224
2.2.	Punktfelder mit fester Punktzahl	224
2.2.1.	Zwei stochastische Modelle	224
2.2.2.	Zwei geologische Beispiele	227
2.3.	Punktfelder mit zufälliger Punktzahl	231
2.3.1.	Allgemeines	231
2.3.2.	Einige Verteilungen für zufällige Anzahlen	232

<b>3.</b>	<b>Poisson-Punktfelder</b>	237
3.1.	Vorbemerkungen	237
3.2.	Das homogene Poisson-Feld	238
3.2.1.	Grundlegende Eigenschaften	238
3.2.2.	Einige wichtige Formeln	239
3.2.3.	Größen 2. Ordnung	242
3.2.4.	Simulation eines homogenen Poisson-Feldes	244
3.2.5.	Statistik für das homogene Poisson-Feld	245
3.3.	Inhomogene Poisson-Felder	255
3.3.1.	Grundlegende Eigenschaften	255
3.3.2.	Wichtige Formeln	256
3.3.3.	Simulation eines inhomogenen Poisson-Feldes	257
3.3.4.	Statistik für inhomogene Poisson-Felder	257
<b>4.</b>	<b>Grundlagen der Theorie der Punktfelder</b>	267
4.1.	Einleitung	267
4.2.	Das Intensitätsmaß	267
4.3.	Leerwahrscheinlichkeiten	269
4.4.	Größen 2. Ordnung	270
4.4.1.	Definitionen und Formeln	270
4.4.2.	Interpretation von Paarkorrelationsfunktionen	276
4.5.	Größen 3. und höherer Ordnung	284
4.6.	Größen 2. Ordnung für markierte Punktfelder	288
4.7.	Nächste-Nachbar-Korrelation	292
4.8.	Abstände zu Nachbarn	293
4.9.	Palmsche Größen	294
4.10.	Anisotropie-Charakteristiken für markierte und unmarkierte Punktfelder	295
<b>5.</b>	<b>Statistik für homogene Punktfelder</b>	300
5.1.	Einleitung	300
5.2.	Bestimmung der Intensität und des Intensitätsmaßes	301
5.3.	Schätzung von Markenverteilungen und zugehörigen Größen	303
5.4.	Schätzung von Größen 2. Ordnung	304
5.4.1.	Schätzung von $\mathfrak{R}(B)$ , $K(r)$ und $L(r)$	304
5.4.2.	Schätzung der Paarkorrelationsfunktion	310
5.4.3.	Individuelle $L$ - und $g$ -Funktionen	315
5.4.4.	Schätzung von Markenkorrelationsfunktionen	316
5.4.5.	Orientierungsanalyse	318
5.5.	Schätzung von Größen 3. Ordnung	319
5.6.	Schätzungen von Nächste-Nachbar-Abstandsverteilungen	321
5.7.	Schätzung Palmscher Erwartungswerte	324
5.8.	Modelltests für Punktfelder	325
5.9.	Methoden zur Schätzung von Modellparametern	330
<b>6.</b>	<b>Punktfeldmodelle</b>	332
6.1.	Einleitung	332
6.2.	Clusterfelder: Neyman-Scott-Felder	334
6.2.1	Modellbeschreibung	334

6.2.2.	Formeln für Neyman-Scott-Felder . . . . .	335
6.2.3.	Statistische Verfahren für Matern-Clusterfelder . . . . .	339
6.3.	Gibbs-Felder . . . . .	342
6.3.1.	Modellbeschreibungen . . . . .	343
6.3.2.	Simulation von Gibbs-Feldern . . . . .	349
6.3.3.	Statistische Verfahren für Gibbs-Felder . . . . .	352
	<b>Literatur zu Teil III . . . . .</b>	<b>360</b>
	<b>Anhang A. Maße und Inhalte . . . . .</b>	<b>365</b>
	<b>Anhang B. <math>\sup</math> und <math>\inf</math>, <math>\lim \sup</math> und <math>\lim \inf</math> . . . . .</b>	<b>367</b>
	<b>Anhang C. Grundbegriffe der Topologie . . . . .</b>	<b>369</b>
	<b>Anhang D. Mengenoperationen . . . . .</b>	<b>370</b>
	<b>Anhang E. Die Euklidische und die Hausdorff-Metrik . . . . .</b>	<b>373</b>
	<b>Anhang F. Boolesche Modelle . . . . .</b>	<b>375</b>
	<b>Anhang G. Die konvexe Hülle . . . . .</b>	<b>378</b>
	<b>Anhang H. Zufällige Geraden und Geradenfelder . . . . .</b>	<b>379</b>
	<b>Anhang I. Das Dirichlet-Mosaik und die Delaunay-Triangulation . . . . .</b>	<b>384</b>
	<b>Anhang J. Keim-Korn-Modelle . . . . .</b>	<b>386</b>
	<b>Anhang K. Die Fläche des Durchschnitts zweier einander schneidender Kreise . . . . .</b>	<b>387</b>
	<b>Anhang L. Kernschätzer für Dichtefunktionen . . . . .</b>	<b>388</b>
	<b>Symbolverzeichnis . . . . .</b>	<b>390</b>
	<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>392</b>