

INHALTSVERZEICHNIS

Kapitel I. Approximationsfragen in linearen normierten Räumen

1. Formulierung des Hauptproblems der Approximationstheorie	1
2. Der Begriff des metrischen Raumes	1
3. Der Begriff des linearen normierten Raumes	2
4. Beispiele linearer normierter Räume	3
5. Die Ungleichungen von HÖLDER und MINKOWSKI	4
6. Weitere Beispiele linearer normierter Räume	7
7. Der HILBERT-Raum	7
8. Der Fundamentalsatz der Approximationstheorie in linearen normierten Räumen	9
9. Streng normierte Räume	11
10. Ein Beispiel der Approximation im Raum L^p	12
11. Geometrische Deutung	13
12. Separable und vollständige Räume	14
13. Approximationssätze im HILBERT-Raum	15
14. Ein Beispiel der Approximation im HILBERT-Raum	19
15. Weiteres über das Approximationsproblem im HILBERT-Raum	21
16. Orthonormierte Vektorsysteme im HILBERT-Raum	23
17. Orthogonalisierung von Vektorsystemen	24
18. Unendliche orthonormierte Systeme	26
19. Ein Beispiel eines nichtseparablen Raumes	30
20. Erstes WEIERSTRASSSches Theorem	30
21. Zweites WEIERSTRASSSches Theorem	33
22. Die Separabilität des Raumes C	34
23. Die Separabilität des Raumes L^p	35
24. Verallgemeinerung des Theorems von WEIERSTRASS auf den Raum L^p	38
25. Die Vollständigkeit des Raumes L^p	40
26. Beispiele vollständiger orthonormierter Systeme in L^2	42
27. Das Theorem von MÜNTZ	45
28. Der Begriff des linearen Funktionals	47
29. Theorem von F. RIESZ	48
30. Ein Kriterium für die Abgeschlossenheit einer Menge von Vektoren in linearen normierten Räumen	51

Kapitel II. Der Ideenkreis von P. L. TSCHEBYSCHEFF

31. Die Problemstellung	53
32. Das verallgemeinerte Theorem von DE LA VALLÉE-POUSSIN	54
33. Der Existenzsatz	55
34. Das TSCHEBYSCHEFFSche Theorem	56

35. Ein Spezialfall des TSCHEBYSCHEFFSchen Theorems	60
36. Die P. L. TSCHEBYSCHEFFSchen Polynome mit geringster Abweichung von Null	60
37. Ein weiteres Beispiel zum Theorem von P. L. TSCHEBYSCHEFF	61
38. Ein Beispiel für die Anwendung des verallgemeinerten Theorems von DE LA VALLÉE-POUSSIN	63
39. Ein Beispiel für die Anwendung des verallgemeinerten Theorems von P. L. TSCHEBYSCHEFF	65
40. Übergang zu periodischen Funktionen	68
41. Ein Beispiel für die Approximation mit periodischen Funktionen	69
42. Die WEIERSTRASSSche Funktion	69
43. Das HAARSche Problem	70
44. Beweis des HAARSchen Theorems	71
45. Ein Beispiel zum HAARSchen Problem	75
46. Eine Verallgemeinerung des Theorems von P. L. TSCHEBYSCHEFF	76
47. Die Verallgemeinerung des Theorems von TSCHEBYSCHEFF auf komplexe Funktionen	79
48. Verallgemeinerung des HAARSchen Theorems auf komplexe Funktionen	81
49. Über eine Frage zur Approximation einer stetigen Funktion im Raum L	83
50. Das Theorem von A. A. MARKOFF	88
51. Spezialfälle des Theorems von A. A. MARKOFF	91

Kapitel III. Elemente der harmonischen Analyse

52. Einfachste Eigenschaften der FOURIER-Reihen	95
53. Die FOURIER-Reihen von Funktionen beschränkter Variation	98
54. Die PARSEVALSche Gleichung für FOURIER-Reihen	102
55. Beispiele von FOURIER-Reihen	103
56. Das Lemma von BOAS	106
57. Trigonometrische Interpolation	108
58. Trigonometrische Integrale	111
59. Ein Beispiel	112
60. Theorem von RIEMANN-LEBESGUE	114
61. Die Theorie von PLANCHEREL	115
62. Der Satz von WATSON (in etwas verallgemeinerter Form)	117
63. Der Satz von PLANCHEREL	120
64. Beispiele	122
65. Die HANKEL-Transformation	124
66. Ein Beispiel	125
67. Die Summationsformel von POISSON	126
68. Das Theorem von HARDY und YOUNG	129
69. Das Theorem von FEJÉR	130
70. Integraloperatoren mit Kernen vom FEJÉRSchen Typ	133
71. Beispiele für Kerne vom FEJÉRSchen Typ	137
72. Die FOURIER-Transformation integrierbarer Funktionen	139
73. Die Faltung zweier Funktionen	143
74. Die Funktionen von W. A. STEKLOFF	144
75. Der Satz von WIENER-LEVI	145
76. Der Approximationssatz von WIENER	150
77. Mehrfach monotone Funktionen	154
78. Integrale gebrochener Ordnung von periodischen Funktionen	156
79. Konjugierte Funktionen	157

Kapitel IV. Einige Extremaleigenschaften ganzer transzendenter Funktionen vom exponentiellen Typ

80. Ganze Funktionen vom exponentiellen Typ	161
81. Die BOREL-Transformation	163
82. Das Theorem von WIENER und PALEY	166
83. Die auf der reellen Achse beschränkten ganzen Funktionen vom exponentiellen Typ und die Ungleichung von S. N. BERNSTEIN	169
84. Beweis der Ungleichung von S. N. BERNSTEIN	173
85. Die Polynome von LEVITAN	180
86. Die Approximation einer Funktion der Klasse $W'_\sigma(r)$ mit Hilfe ihrer LEVITANSchen Polynome	182
87. Ein Analogon zum Theorem von A. MARKOFF in der Klasse ganzer Funktionen vom exponentiellen Typ	186
88. Ein Kriterium von SZ.-NAGY	190
89. Die Interferenzerscheinung ganzer Funktionen	193

Kapitel V. Fragen der besten harmonischen Approximation von Funktionen

90. Vorbemerkungen zu diesem Kapitel	198
91. Der Stetigkeitsmodul	190
92. Die Verallgemeinerung auf die Räume L^p ($p \geq 1$)	201
93. Ein Beispiel zur harmonischen Approximation	203
94. Einige Abschätzungen für FOURIER-Koeffizienten	207
95. Weiteres zu den Funktionen von W. A. STEKLOFF	210
96. Zwei Hilfssätze über periodische Funktionen	212
97. Nochmals zur Faltung	213
98. Die Theoreme von D. JACKSON	215
99. Das direkte Problem der harmonischen Approximation	216
100. Durch Integraloperatoren bestimmte Funktionenklassen	220
101. Anwendung auf differenzierbare Funktionen	222
102. Verallgemeinerung auf den Raum L^p ($p \geq 1$)	227
103. Direkte Betrachtung periodischer Funktionen	230
104. Die Ungleichung von BOHR und ihre Verallgemeinerung	235
105. Approximation stetig differenzierbarer Funktionen	236
106. Die verallgemeinerte FEJÉRSche Methode	238
107. Die Theoreme von S. N. BERNSTEIN	242
108. Das Theorem von I. I. PRIWALOFF	246
109. Verallgemeinerungen der BERNSTEINSchen Sätze auf den Raum L^p ($p \geq 1$)	247
110. Beste harmonische Approximation analytischer Funktionen	251
111. Eine andere Formulierung für das Ergebnis des vorigen Abschnitts	255
112. Die Umkehrung des Theorems von S. N. BERNSTEIN	257

Anhang. Ergänzungen und Aufgaben

I. Extremaleigenschaften einiger elementarer Funktionen und einige Abgeschlossenheitskriterien	261
II. Darstellungen und Ungleichungen für ganztranszendente Funktionen vom exponentiellen Typ	320
III. Verschiedene Approximationssätze für Funktionenklassen und spezielle Funktionen	364

Anmerkungen und Literaturhinweise	400
Namenverzeichnis	408
Sachverzeichnis	410